

## Бесконечномерные алгебры Ли и вертекс-операторные алгебры

Теория групп и алгебр Ли является важным разделом современной математики из-за многочисленных и разнообразных связей с другими областями математики и математической физики, такими как алгебраическая геометрия, комбинаторика, теория симметрических функций, теория интегрируемых систем, классическая и квантовая теория поля. Алгебры и группы Ли обычно возникают как множества линейных операторов или геометрических преобразований (симметрий) тех или иных объектов. В частности, бесконечномерные алгебры Ли (такие, как аффинные алгебры Каца-Мууди) оказываются очень полезны для описания различных моделей квантовой теории поля: они являются симметриями пространств состояний теорий. Другими словами, теория представлений аффинных алгебр Каца-Мууди и их аналогов позволяет описывать состояния теорий поля. В этом же контексте естественно возникает ещё один класс алгебраических структур – вертекс-операторные алгебры. Классическими примерами ситуаций, в которых применение формализма вертексных операторов позволяет получать новые глубокие результаты, являются такие широко известные уравнения математической физики, как КП и КдВ (уравнения Кадомцева-Петвиашвили и Кортевега де Вриза). Теория вертекс-операторных алгебр также играет важную роль в современной алгебраической геометрии, в частности, при изучении пространств модулей расслоений.

Цель нашего курса – дать введение в теорию бесконечномерных алгебр Ли и вертекс-операторных алгебр. Мы обсудим основные определения и конструкции структурной теории и теории представлений, а также основные приложения. Курс рассчитан на аспирантов, магистрантов и студентов старших курсов бакалавриата. От слушателей требуется знакомство с основами теории групп и алгебр Ли.

Примерная программа курса:

1. Алгебра Гейзенберга, модули Фока.
2. Алгебра Вирасоро, модули Верма.
3. Бесконечные матрицы.
4. Алгебра Ли  $\widehat{\mathfrak{sl}}_2$ , представления, тэта-функции.
5. Бозонно-фермионное соответствие, многочлены Шура, иерархия КП.
6. Аффинные алгебры Каца-Мууди: основные определения.
7. Аффинные алгебры Каца-Мууди: интегрируемые представления.
8. Вертекс-операторные алгебры, основные определения, связь с алгебрами Ли.
9. Ассоциативность и операторное разложение.
10. Теория представлений вертекс-операторных алгебр.

Литература.

1. Кас, V. Infinite dimensional Lie algebras, Cambridge University Press (1994).
2. Frenkel E., Ben-Zwi D. Vertex algebras and algebraic curves (AMS, 2001)
3. Кас V., Raina A. Bombay lectures on Highest weight representations of infinite dimensional Lie algebras (WS, 1987)
4. Кас V. Vertex algebras for beginners (AMS, 1997)