

---

В курсе планируется доказать следующий классический результат, а также некоторые его современные обобщения:

**Теорема Пойа.** Если человек случайным образом перемещается по 2-мерной решетке, то он вернется в начальную точку с вероятностью 1. Если же он перемещается по 3-мерной решетке, то вероятность его возвращения строго меньше 1.

Доказательства основаны на замечательной физической интерпретации, использующей электрические цепи. Материал будет изучаться в виде решения задач участниками, с подробными указаниями и последующим разбором на занятии. Решения большинства задач первых занятий доступно школьникам. Никаких специальных знаний физики не требуется. Будут предложены красивые задачи для исследования.

---

## Примерная программа.

1. Определение случайного блуждания. Определение электрической цепи. Физическая интерпретация вероятности достижения. Возвратность случайного блуждания по 1-мерной решетке.

2. Существование и единственность потенциала в электрической цепи. Принцип максимума. Проводимость и ее вероятностный смысл. Сохранение энергии. Вариационный принцип. Принцип разрезания и склейки. Проводимость между центром и границей квадратной решетки  $n \times n$ . Возвратность случайного блуждания по 2-мерной решетке.

3. Проводимости деревьев. Невозвратность случайного блуждания по 3-мерной решетке.

4. Проводимость правильных графов. Бесконечные электрические цепи. Проводимость между соседними узлами квадратной решетки.

5\*. Компьютерное моделирование распределения температуры по пластине. Существование и единственность распределения температуры на решетке. Ограниченность энергии при измельчении решетки. Сходимость температуры при измельчении решетки.

## Литература

1. М. Скопенков, В. Смыкалов, А. Устинов, Случайные блуждания и электрические цепи, Математическое Просвещение, 3-я серия **16** (2012), 25–47, <http://www.mccme.ru/free-books/matprosh.html>.

2. А. Пахарев, М. Скопенков, А. Устинов, Сквозь сеть сопротивлений, Математическое Просвещение, 3-я серия **18** (2014), 33–65.

3\*. М. Скопенков, М. Прасолов, С. Дориченко, Разрезания металлического прямоугольника, Квант **3** (2011), 10–16, <http://arxiv.org/abs/1011.3180>.

**Примечание.** Данный курс предназначен, прежде всего, для 1- и 2-курсников, поэтому осмысленно его повторение в осеннем семестре 2015 в НМУ (весной он читался в ВШЭ)