

Алгебраическая теория чисел: введение

М.Ю. Розенблюм

Курс планируется как годовой. Полезно, чтобы слушатели уже имели некоторые сведения о группах, коммутативных кольцах, идеалах, гомоморфизмах и были немного знакомы с основами линейной алгебры.

Примерная программа осеннего семестра (начало занятий 19 сентября).

1. p - адические числа

Абсолютные значения. Теорема Островского. Топологическая и алгебраическая конструкции p - адических чисел. Лемма Гензеля. Отображение Тейхмюллера. p - адический логарифм. Структура мультипликативной группы.

2. Теория Галуа

Алгебраические расширения. Гомоморфизмы. Алгебраическое замыкание. Нормальные и сепарабельные расширения. Группа Галуа. Основная теорема. Норма и след. Структура конечных полей. Расширения Куммера и Артина-Шрейера. Решение уравнений в радикалах.

3. Поля алгебраических чисел

Дедекиндовы кольца. Локализация. Расширения. Решетки и двойственность. Разложение простых идеалов. Дифферента и дискриминант. Вычисление кольца целых.

4. Локальные поля.

Инерция и ветвление. Лемма Краснера. Алгебраическая замкнутость поля \mathbb{C}_p . Степенные ряды в \mathbb{C}_p . Многоугольник Ньютона. Экспонента Артина-Хассе.

5. Круговые поля.

Закон разложения. Гауссовы суммы. Квадратичный закон взаимности. Соотношение Штикельбергера.

6. Метрическая топология

Адели и иделы. Аппроксимационная теорема. Теорема Дирихле о единицах. Конечность числа классов идеалов.

В весеннем семестре алгебру и топологию предполагается дополнить анализом (дзета-функции, модулярные формы) и геометрией (эллиптические кривые).