

# ВВЕДЕНИЕ В $p$ -АДИЧЕСКИЕ КОГОМОЛОГИИ

СЕРГЕЙ РЫБАКОВ

У групп  $p$ -адических когомологий гладкого проективного алгебраического многообразия над совершенным полем  $k$  положительной характеристики есть много эквивалентных определений. Например, кристалльные когомологии или когомологии комплекса де Рама-Витта. Нам будет интересен случай, когда многообразию можно поднять в характеристику нуль, а точнее на кольцо векторов Витта  $W(k)$ . В этом случае,  $p$ -адические когомологии – это когомологии де Рама подъема.

Я расскажу основные определения и конструкции, но основное внимание будет сосредоточено на приложениях общей теории к абелевым многообразиям и поверхностям КЗ. Желательно знать что-нибудь про векторы Витта и алгебраические когомологии де Рама многообразия над полем характеристики нуль.

## **Предварительная программа:**

- (1) Автоморфизм Фробениуса и полулинейная алгебра.
- (2) Оператор Хассе-Витта и его связь с дзета-функцией. Оператор Картье. Обыкновенные и суперсингулярные многообразия.
- (3) Спектральная последовательность Ходжа-де Рама.
- (4) Векторы Витта. Алгебраические многообразия, для которых есть подъем на кольцо векторов Витта.
- (5) Кристалльные когомологии абелевых многообразий. Модули Дьедонне. Классификация Дьедонне-Манина.
- (6) Поверхности КЗ. Когомологии де Рама-Витта и спектральная последовательность де Рама-Витта для поверхностей КЗ. Формальная группа Брауэра.
- (7) Суперсингулярные поверхности КЗ.