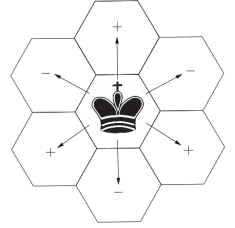


Игра в кварки

А. Балакин, Ю. Петрова, М. Скопенков

1. Плоскость разбита на клетки в виде правильных шестиугольников. За ход король перемещается на любую соседнюю клетку, см. рисунок. Ходы вверх, вправо-вниз и влево-вниз назовем *положительными*, остальные — *отрицательными*. Король сделал несколько ходов и вернулся на исходную клетку. Чему может быть равна разность между числом положительных и отрицательных ходов?

Эта незатейливая математическая задача имеет фундаментальное физическое следствие: *заряд любой свободной частицы кратен заряду электрона*. Хотите увидеть, как школьная математика помогает понять физику частиц? Читайте дальше! Знаний физики не потребуется, мы дадим всю необходимую информацию. Начнем с неформального введения; математические определения появятся после задачи 9.



Элементарные частицы и места их обитания¹

Вещество состоит из атомов, атомы — из ядра и электронов, ядра — из протонов и нейтронов.

Все это *частицы* вещества. Частицы бывают *элементарные* и *составные*, т.е., состоящие из других частиц. Так, протон состоит из двух *u*-кварков и одного *d*-кварка, а сами кварки уже элементарны; см. рисунок. Для наших целей неважно, *что* такое кварки; можно представлять себе просто клейкие шарики, которые слипаются, образуя другие частицы.



-протон-

Если в эксперименте частица отделена от всех остальных (т.е. движется независимо от них), то она называется *свободной*. Так, обычно нейтрон содержится в ядре, но может стать свободным в ходе ядерной реакции. Эта подборка задач о *плениии кварков* (основные задачи — 11, 27, 33.b):

Кварки не бывают свободными.

Это значит нечто парадоксальное: кварки существуют, но их в принципе невозможно наблюдать в эксперименте. Мы обсудим как причины, так и следствия этого (пока не доказанного) утверждения².

Каждая частица имеет *заряд*. Так, заряд электрона равен -1 (таков выбор единиц измерения), заряд *u*-кварка равен $+2/3$. Заряд составной частицы равен сумме зарядов составляющих. Так, заряд протона равен $+1$.

Каждая частица имеет *античастицу* с противоположным зарядом. Так, заряд *u*-антикварка равен $-2/3$.

Список всего нескольких из известных кварков и свободных составных частиц приведен в таблице.

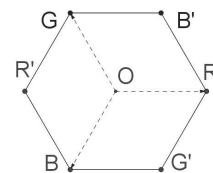
частица				античастица			
название	обозначение	состав	заряд	название	обозначение	состав	заряд
Элементарные частицы: кварки (слева) и антикварки (справа)							
<i>u</i> -кварк	<i>u</i>	-	$+2/3$	<i>u</i> -антикварк	\bar{u}	-	$-2/3$
<i>d</i> -кварк	<i>d</i>	-	$-1/3$	<i>d</i> -антикварк	\bar{d}	-	$+1/3$
Составные частицы из кварка и антикварка							
пион	π^+	$u\bar{d}$	$+1$	пион	π^-	$\bar{u}d$	-1
Составные частицы из 3 кварков (слева) или 3 антикварков (справа)							
протон	<i>p</i>	uud	$+1$	антипротон	\bar{p}	$\bar{u}\bar{u}\bar{d}$?
нейтрон	<i>n</i>	?	0	антинейтрон	\bar{n}	?	?

2. Заполните клетки таблицы, в которых стоят знаки вопроса.

¹Это только изложение общепринятой теории и *не* претендует на истину в последней инстанции.

²Доказательство одного очень близкого утверждения составляет одну из Проблем Тысячелетия, сущность которой мы тоже постараемся объяснить.

Каждая частица еще имеет *цвет* (со светом он никак не связан). Это уже не число, а вектор на плоскости. В дальнейшем будем считать, что $RB'GR'BG'$ — правильный шестиугольник с центром в начале координат O . Кварк может иметь один из цветов \vec{OR} , \vec{OG} , \vec{OB} (“красный”, “зеленый”, “синий”). Т.е. на самом деле, существует 3 разных u -кварка и 3 разных d -кварка.



Цвет античастицы противоположен цвету частицы. Так, античастица красного u -кварка имеет цвет \vec{OR}' (“бирюзовый”). Цвет составной частицы — это векторная сумма цветов составляющих. Например, протон, состоящий из красного u -кварка, зеленого u -кварка и синего d -кварка, имеет нулевой цвет. Настоящая причина пленения кварков — это *пленение цвета*:

Частицы ненулевого цвета не бывают свободными.

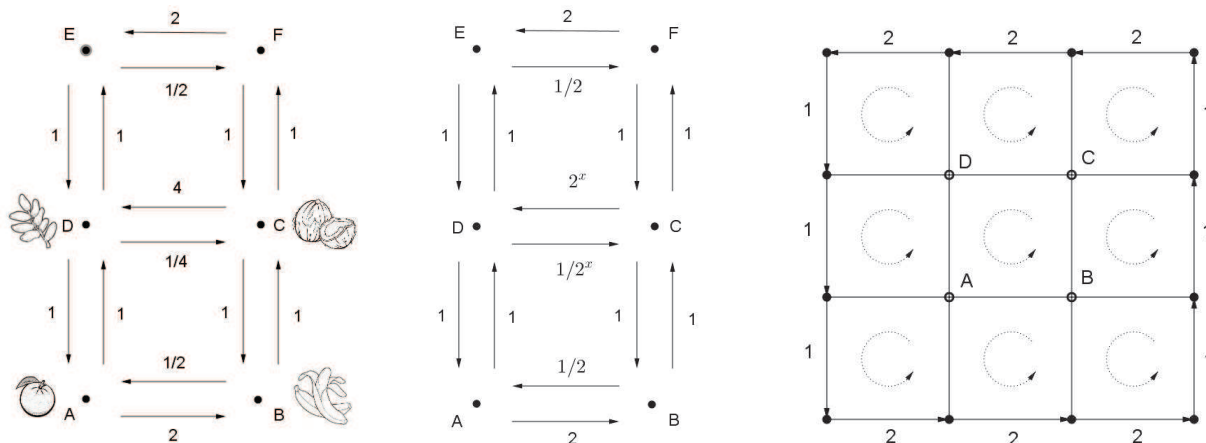
Для разминки обсудим простейшие следствия пленения цвета.

3. а) Для каких q и p с условием $p+q \leq 3$ есть частица нулевого цвета из q кварков и p антикварков³?
 б) Докажите, что каждая частица нулевого цвета, состоящая из кварков и антикварков, указанных в таблице выше, обязательно имеет целочисленный заряд.

Начнем наш путь к пониманию причин пленения цвета. Нам потребуется теория, описывающая взаимодействие кварков. Все известные взаимодействия, кроме гравитации, описываются *калибровочной теорией*. Это касается не только кварков, но и каждодневных явлений, вроде примагничивания проводников с током. Как мы сейчас увидим, *идея* калибровочной теории очень проста.

Игрушечная модель калибровочной теории

Несколько городов соединены дорогами в форме решетки $M \times N$; см. рисунок. В каждом городе свои товары (в неограниченном количестве). Например, в городе A — апельсины, в городе B — бананы. Для пары соседних городов A и B фиксирован курс обмена $U(AB) > 0$, например, 2 банана за апельсин. Курс симметричен, т.е. $U(BA) = U(AB)^{-1}$: за 2 банана получаем назад свой апельсин.



Хитрый горожанин может проехать вокруг квадрата $ABCD$ размера 1×1 , меняясь по пути, в результате чего его начальный запас товаров умножится на $U(AB)U(BC)U(CD)U(DA)$. Так, на рисунке слева он получит 8-кратную прибыль. Обозначим $U(ABCD) := U(AB)U(BC)U(CD)U(DA)$.

Как мы увидим, удобнее рассматривать *логарифмы* этих множителей. Все, что понадобится знать о логарифмах, это следующее определение. Если $y = 2^x$ для действительных x и y , то x называется *логарифмом* числа y и обозначается $x = \log_2 y$. Так, $\log_2 2 = 1$, $\log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2}$, $\log_2 1 = 0$, $\log_2 \frac{1}{2} = -1$.

В частности, путешествие вокруг квадрата $ABCD$ в том или ином направлении даст прибыль, если $\log_2 U(ABCD) \neq 0$. *Общий доход от спекуляций* измеряется суммой $S[U]$ величин $\log_2^2 U(ABCD)$ по всем квадратам $ABCD$ размера 1×1 (обходятся они против часовой). Так, на рисунке слева

$$S[U] = \log_2^2 U(ABCD) + \log_2^2 U(DCFE) = (\log_2 8)^2 + (\log_2 \frac{1}{2})^2 = 10.$$

Вы — король и можете устанавливать курсы обмена везде, кроме границы решетки. Вы устанавливаете их, чтобы минимизировать величину $S[U]$. Полученные курсы назовем *оптимальными*.

4. Наведите порядок в королевстве на рисунке слева, т.е. подберите значение x , для которого минимален общий доход от спекуляций на рисунке в центре.

³Кварков может быть и больше: частицы из 4 кварков и антикварков были открыты в 2014, из 5 — в 2015.