

- 2◊1.** Докажите, что все слои расслоения в смысле Гуревича гомотопически эквивалентны.
- 2◊2.** Докажите, что любое отображение $f: X \rightarrow Y$ может быть с точностью до гомотопической эквивалентности заменено на расслоение в смысле Гуревича.
- 2◊3.** Найдите линейное расслоение ассоциированное с расслоением а) $S^n \rightarrow \mathbb{R}P^n$ б) $S^{2n+1} \rightarrow \mathbb{C}P^n$.
- 2◊4.** Пусть G — группа, H — подгруппа, ξ — главное G -расслоение. Докажите, что ξ имеет H -структуру, если и только если ассоциированное с ξ G/H -расслоение имеет глобальное сечение.
- 2◊5.** n -мерное векторное расслоение тривиально тогда и только тогда, когда существует n линейно независимых сечений.
- 2◊6.** а) Тавтологическое расслоение над $\mathbb{R}P^n$ не тривиально ни для какого n .
б) Других вещественных одномерных нетривиальных расслоений над $\mathbb{R}P^1$ не бывает.
в) Выпишите коциклы для тавтологических расслоений над $\mathbb{R}P^n$, $\mathbb{C}P^n$, $\mathbb{H}P^n$.
г) Постройте локально-тривиальное расслоение $S^2 \rightarrow \mathbb{C}P^{2n+1} \rightarrow \mathbb{H}P^n$.
- 2◊7.** а) Любое главное расслоение над S^1 с линейно связной группой тривиально. В частности, всякое комплексное расслоение над окружностью тривиально.
б) Для любого пространства X множество n -мерных комплексных расслоений $Vect_n(S(X))$ естественно изоморфно $[X, GL_n(\mathbb{C})]$.
в) Классифицируйте одномерные расслоения над S^2 .
- 2◊8.** Пользуясь отождествлением множества классов изоморфизмов расслоений с данной структурной группой и множеством классов некоммутативных 1-мерных когомологий с коэффициентами в пучке отображений в группу, постройте структуру абелевой группы на множествах классов изоморфизмов линейных (то есть одномерных) вещественных или комплексных расслоений.