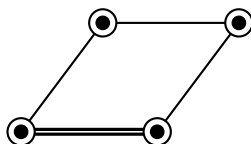


Подмножества \mathbb{R}^n и непрерывные отображения

Задача 1.1. а) Существует непрерывная биекция из полуинтервала на окружность... б) ...но они не гомеоморфны.

Задача 1.2. а) Отрезок и интервал; б) отрезок, окружность и восьмерка в) прямая и плоскость не гомеоморфны.

Задача 1.3. Найдите конфигурационное пространство «шарнирного квадрата» (замкнутой шарнирной плоской 4-звенной ломаной, все ребра которой имеют длину 1; положение одного из звеньев зафиксировано).



Задача 1.4. Приведите пример такого отображения $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, что функции $f_{y_0}(x) := F(x, y_0)$ и $g_{x_0}(y) := F(x_0, y)$ непрерывны для всех $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$, но само отображение F непрерывным не является.

Задача 1.5. Сфера с выколотой точкой гомеоморфна плоскости.

Задача 1.6. Гомеоморфны ли замкнутый диск без двух противоположных точек на границе и «полуоткрытый квадрат» ($0 \leq x \leq 1, 0 < y < 1$)?

▷ Напомним, что канторово множество — это множество чисел на отрезке $[0; 1]$, у которых есть троичная запись из нулей и двоек.

Задача 1.7. а) Канторово множество гомеоморфно своему квадрату.

б) Постройте непрерывную сюръекцию канторова множества на отрезок.

Задача 1.8. а) Постройте, пользуясь предыдущей задачей, непрерывную сюръекцию отрезка на квадрат.

б) Существует ли непрерывная сюръекция отрезка на плоскость?

в) Существует ли непрерывная сюръекция интервала на плоскость?

