

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ЛИСТОК 5

Задача 1. Решите задачу Коши для линейного уравнения

$$x''' - x'' + x' - x = 0$$

с начальными условиями: $x(0) = 1$, $x'(0) = 1$ и $x''(0) = 0$.

Задача 2. Укажите базис в пространстве решений уравнения: $x^{(4)} - 2x^{(2)} + x = 0$.

Задача 3. Укажите базис в пространстве решений уравнения: $x^{(4)} + 2x^{(2)} + x = 0$.

Задача 4. Решите уравнения: $\ddot{x} - x = 2te^{2t}$, $\ddot{x} + x = \sin t$, $\ddot{x} - 2\dot{x} + x = e^{-t} \sin t$.

Задача 5. При каких a, b все решения уравнения $\ddot{x} + a\dot{x} + bx = 0$ ограничены?

Задача 6. При каких a, b все решения уравнения $\ddot{x} + a\dot{x} + bx = 0$ стремятся к нулю при $t \rightarrow +\infty$?

Задача 7. Составьте однородное линейное уравнение с постоянными коэффициентами минимальной возможной степени, решениями которого являются функции а) t^2e^{2t} ; б) $t \cos t, e^t$.

Задача 8. Вычислите характеристический многочлен матрицы системы уравнений первого порядка, соответствующей уравнению

$$x^{(n)} = a_1x^{(n-1)} + a_2x^{(n-2)} + \dots + a_nx.$$