

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ЛИСТОК 7

Задача 1. Найти характеристики уравнения $\frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = 0$.

Задача 2. Решите задачу Коши (если это возможно) для уравнения $\frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = 0$ с начальным условием $f|_{x=0} = \cos y$.

Задача 3. Решите задачу Коши (если это возможно) для уравнения $\frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} + f = 0$ с начальным условием $f|_{x=0} = \cos y$.

Задача 4. Исследуйте, какие члены можно убить в уравнении $\dot{x} = x^n + a_{n+1}x^{n+1} + a_{n+2}x^{n+2} \dots$ в зависимости от n (точками обозначены члены большего порядка малости) гладкой заменой координаты x , сохраняющей ноль.

Задача 5. Рассмотрим векторное поле v_ε на плоскости, гладко зависящее от параметра ε и обращающееся в $y \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial y}$ при $\varepsilon = 0$. Пусть $\frac{dr}{d\varphi} = u_\varepsilon(r, \varphi)$ соответствующее этому векторному полю дифференциальное уравнение в полярных координатах. Как вычислять $\frac{d}{d\varepsilon}|_{\varepsilon=0} u_\varepsilon(r, \varphi)$ по $\frac{dv}{d\varepsilon}|_{\varepsilon=0} v_\varepsilon$?