

## Семинар

*"Римановы поверхности, алгебры Ли и математическая физика"*  
(С.М.Натанзон, О.В.Шварцман, О.К.Шейнман)

**Пятница 10 февраля 2017, 17.00**

Независимый московский университет,  
Большой Власьевский переулок, д.11, ауд. 309

### **Фуллерены, многогранники Погорелова, проблема четырёх красок и трёхмерные гиперболические многообразия**

**В.М.Бухштабер**

**МИАН им. В.А.Стеклова, МГУ им. М.В.Ломоносова**

Фуллерены – фундаментальный объект современной квантовой физики, квантовой химии и нанотехнологий. Математическим фуллереном называется выпуклый простой трёхмерный многогранник, двумерными гранями которого являются только 5- и 6-угольники. Эффективным инструментом комбинаторной классификации трёхмерных многогранников явились, к-пояса, так называемые циклические наборы двумерных граней  $F_1, \dots, F_{k+1} = F_1$  у которых непустое пересечение имеют только грани с соседними номерами.

Многогранником Погорелова называется выпуклый простой трёхмерный многогранник, не содержащий 3- и 4-поясов. Оказалось, что каждый фуллерен является многогранником Погорелова. Условие отсутствия 3- и 4-поясов играет также важную роль в теории гиперболических групп, построенной М.Громовым.

Согласно замечательным результатам А.В.Погорелова и Е.М. Андреева класс многогранников Погорелова совпадает с классом многогранников, обладающих прямоугольной реализацией в трёхмерном пространстве Лобачевского. Более того, эти реализации единственны с точностью до изометрии.

По каждому многограннику Погорелова при помощи раскраски в 4 цвета карты на сфере, образованной его двумерными гранями, строится трёхмерное гиперболическое многообразие. Такие гладкие многообразия появились в работах А.Ю.Веснина, который назвал их многообразиями типа Лёбелля (Loebell).

Недавно в работе В.М.Бухштабера, Н.Ю.Ероховца, Mikiya Masuda, Т.Е.Панова и S.Park (см. arXiv:1610.07575v2 [math.AT] 9 Jan 2017) методами торической топологии было доказано, что два многообразия Лёбелля изометричны тогда и только тогда, когда существует изоморфизм их колец когомологий с коэффициентами в поле  $\{0; 1\}$ .

Первая часть доклада будет посвящена результатам, полученным в работе В.М.Бухштабера и Т.Е.Панова (УМН 72, вып. 6, 2016), в которой в качестве приложения результата пяти авторов (см. выше) доказано, что два многообразия Лёбелля изометричны тогда и только тогда, когда соответствующие 4-раскраски эквивалентны. Это даёт ответы на давно стоявшие вопросы гиперболической геометрии.

Вторая часть доклада будет посвящена результатам, полученным совместно с Н.Ю.Ероховцом, по комбинаторной классификации математических фуллеренов и многогранников Погорелова.

Доклад ориентирован на широкую аудиторию.