

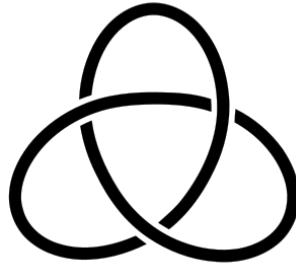
## Гомотопические эквивалентности

**3◊1.** Пространство  $\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$  гомотопически эквивалентно сфере  $S^{n-1}$ .

**3◊2.** Факторпространство  $S^2/S^0$  гомотопически эквивалентно букету  $S^1 \vee S^2$ .

**3◊3.** Докажите, что дополнение к трём координатным осям в **а)**  $\mathbb{R}^3$ , **б\*)**  $\mathbb{C}^3$  гомотопически эквивалентны букетам сфер и опишите соответствующие букеты.

**3◊4\*.** Пространство комплексных кубических многочленов без кратных корней (кстати, какая на нём топология?) гомотопически эквивалентно дополнению к трилистнику в сфере  $S^3$ .



**3◊5.** Бесконечномерная сфера  $S^\infty$  стягиваема.

## Ещё про конструкции

*Симметрическим квадратом* пространства  $X$  называется факторпространство  $(X \times X)/\sim$  по отношению эквивалентности  $(x, y) \sim (y, x)$ . Аналогичным образом можно определить  $n$ -ю симметрическую степень пространства  $X$  как факторпространство произведения  $X^n$  по действию группы перестановок  $S_n$ , переставляющей координаты точки произведения.

**3◊6.** Симметрический квадрат окружности гомеоморфен (замкнутой) ленте Мёбиуса.

**3◊7. а)** Симметрический квадрат сферы  $S^2$  гомеоморфен  $\mathbb{C}P^2$ , аналогично, **б)**  $n$ -ая симметрическая степень  $S^2$  гомеоморфна  $\mathbb{C}P^n$ .

УКАЗАНИЕ. Воспользуйтесь теоремой Виета.