

Клеточные пространства

4♦1. Докажите, что топология, описываемая аксиомой (W) из определения клеточного пространства, является самой тонкой из топологий, по отношению к которым все характеристические отображения непрерывны.

4♦2. Докажите, что пространство, получаемое в результате приклеивания клетки к хаусдорфовому пространству, хаусдорфово.

4♦3. Докажите, что любое компактное подмножество клеточного пространства принадлежит некоторому конечному подпространству.

4♦4. Докажите, что отображение клеточного пространства в топологическое пространство непрерывно тогда и только тогда, когда оно непрерывно на любом остове.

4♦5. Докажите, что клеточное пространство метризуемо тогда и только тогда, когда оно локально конечно.

4♦6. Докажите, что а) $\mathbb{R}P^1 \cong S^1$, б) $\mathbb{C}P^1 \cong S^2$;

в) определите кватернионное проективное пространство $\mathbb{H}P^n$ и докажите, что $\mathbb{H}P^1 \cong S^4$.

4♦7. Доказать, что свойство продолжения гомотопии не выполнено для пар (I, A) , где $A = (0, 1]$ или $A = \{0, 1, 1/2, 1/3, 1/4, \dots\}$.

4♦8. Докажите, что если X хаусдорфово и $X \times 0 \cup A \times I$ является ретрактом пространства $X \times I$, то A замкнуто в X .

4♦9. Рассмотрим клеточное разбиение окружности S^1 с двумя клетками. Убедитесь, что диагональное отображение $\Delta: S^1 \rightarrow S^1 \times S^1$, $t \mapsto (t, t)$, не является клеточным. Постройте явно его клеточную аппроксимацию.

4♦10. Докажите, что клеточное пространство связно тогда и только тогда, когда связан его 1-остов.

4♦11. Докажите, что объединение конечного числа как угодно пересекающихся симплексов в \mathbb{R}^k обладает конечной триангуляцией.