Краткое изожение заявки - Дьякова (Степанова) Наталья Александровна

Рассмотрим классический вариант игры Шмидта, при котором два игрока A и B играют в игру Шмидта, которая состоит в следующем: Для начала выбираются числа из $(0,1)$ (назовем их α и β соответственно), далее по очереди игроки выбирают замкнутые шары в $\mathbb{R}^n$ так, чтобы получилась вложенная последовательность шаров $B_1 \supset A_1 \supset B_2 \supset \dots$ диаметры которых, изменяются индуктивно в зависимости от диаметра предыдущего шара, пропорционально α и β соответственно $|A_i| = \alpha|B_i|, \quad |B_{i+1}| = \beta|A_i|$.

Будем называть множество $E \subset \mathbb{R}^n$ $(\alpha,\beta)-$ выигрышным, если у игрока A есть стратегия, гарантирующая что $\cap A_i \in E$. Скажем, что множество E $\alpha-$выигрышно, если оно выигрышно для любого $\beta \in (0,1)$ и выигрышно, если оно $\alpha-$выигрышно для некоторого $\alpha \in (0,1)$.

Мы вводим новое, более сильное, понятие выигрышности, рассматривая пересечения данного множества с аффинными подпространствами. Будем называть множество $\mathcal{N} \subset \mathbb{R}^n$ изотропно выигрышным, если для любого $d \leq n$ и для любого d-мерного аффинного подпространства $\mathcal{A} \subset \mathbb{R}^n$ пересечение $\mathcal{N} \cap \mathcal{A}$ - 1/2-выигрышно. Т.е. в любом линейном подпространстве по фиксированному направлению есть выигрышное множество. И это свойство сильнее нежели выигрышность в классическом смысле. Например, множество $\mathrm{Bad}(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ выигрышно в смысле Шмидта, но не изотропно выигрышно. Для множества плохо приближаемых матриц с весами

$\mathrm{Bad}_\Theta(\boldsymbol{k},n,m) = \left\{\Theta \in \mathrm{Mat}_{n\times m}(\mathbb{R}) : \inf_{q\in\mathbb{Z}^m_{\neq 0}} \max_{1\leq i\leq n}(|q|^{mk_i}\|\Theta_i(q)\|) > 0\right\}$

свойство выигрышности в многомерном случае было доказано Харрапом и Мощевитиным, при условии, что Θ - плохо приближаемая действительно значная матрица $n \times m$. К сожалению, на данный момент отказаться от этого условия не удается даже для случая $n = 2, m = 1$. Предпологается дальше продолжать работу в данном направлении. Результат Харрапа и Мощевитина удалось усилить и установить, что $\mathrm{Bad}_\Theta(\boldsymbol{k},n,m)$ также является изотропно выигрышным. Также планируется обобщить и усилить существующий результат Клейнбока касающийся плохо приближаемым векторов в аффинных подпространствах.