

Зубов Дмитрий Игоревич

Краткое изложение заявки.

Я, Зубов Дмитрий Игоревич, аспирант факультета математики НИУ «Высшая школа экономики», подаю заявку на участие в конкурсе «Молодая математика России».

Мною опубликованы 3 работы, одна из них в соавторстве. Я хотел бы кратко рассказать о двух из них.

1. Когомологическое уравнение для специальных потоков над преобразованиями Вершика.

Изучение когомологических уравнений является важной задачей эргодической теории динамических систем. Когомологические уравнения возникают при изучении устойчивости орбит (относительно возмущений системы) в задачах небесной механики и являются одним из главных инструментов в КАМ-теории.

В работе [Z1] исследованы достаточные условия разрешимости когомологического уравнения для потоков параллельного переноса на плоских поверхностях и их символических аналогов, специальных потоков над преобразованиями Вершика.

Для типичной (в смысле теории меры) плоской поверхности (или марковского компакта) и правой части уравнения, являющейся непрерывной функцией с липшицевой производной вдоль трансверсального направления, когомологическое уравнение имеет решение, если правая часть обнуляется всеми инвариантными обобщёнными функциями. Инвариантные распределения описаны явно в терминах конечно-аддитивных мер и образуют конечномерное подпространство.

Доказательство состоит в установлении равномерной ограниченности эргодических интегралов вдоль траекторий потока. В свою очередь, этого удаётся достичь равномерным приближением эргодических интегралов конечно-аддитивными мерами.

2. Проекция орбитальных мер для классических групп Ли

Для групп $G_n = SO(2n + 1), Sp(2n), SO(2n)$ рассматривается действие группы сопряжениями на соответствующей алгебре Ли. Всякая орбита такого действия компактна и на каждой орбите рассматривается (единственная) инвариантная мера. В работе [Z2] решена задача эргодического разложения образа орбитальной меры под действием естественной проекции на подгруппу G_k на G_k -орбитальные меры. Радиальные части проекций орбитальных мер выражаются через определители от В-сплайнов с узлами, расположенными симметрично относительно нуля.

3. Планируемые исследования. Планируется обобщить метод конечно-аддитивных мер на случай инвариантных слоений диффеоморфизмов Аносова. Для C^2 -гладких функций предлагается изучать асимптотики интегралов по мере вдоль итерированных неустойчивых подмногообразий. Известно, что первый член асимптотики сходится к средним по мере максимальной энтропии. Что можно сказать о следующих членах асимптотики?

Одной из задач является нахождение следующих членов в данной асимптотике. Планируется получить улучшенную асимптотику, построив формализм конечно-аддитивных мер на инвариантных слоях диффеоморфизма T , инвариантных относительно голономий вдоль трансверсального слоения.

Множество семейств конечно-аддитивных мер предположительно изоморфно конечномерному подпространству в специально построенном банаховом пространстве обобщённых дифференциальных форм со слабой соболевской нормой, инвариантных относительно оператора Перрона-Фробениуса.

Условие голономной инвариантности (вкуче с требованием квази-компактности оператора Перрона-Фробениуса) задаёт жёсткие условия на спектр оператора. А именно, голономно-инвариантным конечно-аддитивным мерам соответствуют лишь собственные функции, с собственными числами близкими к максимальному.

[Z1] D. Zubov. *On cohomological equations for suspension flows over Vershik automorphisms*, Moscow Math. Journal, **2016**, Vol.16(2) pp. 381-391

[Z2] D. Zubov, *Projections of orbital measures for classical Lie groups*, Funct. Anal. Appl., 50:3 (2016), 228–232