

Краткое изложение заявки

Б. Бычков

Мои текущие исследования посвящены изучению геометрии пространств Гурвица — пространств мероморфных функций на комплексных кривых.

Пространство Гурвица $\mathcal{H}_{g;\kappa}$ — пространство мероморфных функций степени $k_1 + \dots + k_m = n$ ($\kappa = (k_1, \dots, k_m) \vdash n$) на алгебраических кривых рода g , таких что каждая мероморфная функция имеет m занумерованных полюсов заданных порядков k_1, \dots, k_m , и что сумма критических значений функции равна нулю.

Эти пространства естественным образом стратифицированы вырожденностями критических значений функций. Имеется естественная конструкция пополнения и проективизации пространств Гурвица. Функции, имеющие вырожденные конечные критические значения, образуют *дискриминант* пространства Гурвица.

Замыкание в $P\overline{\mathcal{H}}_{g;\kappa}$ множества функций, имеющих ветвления предписанного типа, будем обозначать через $P\overline{\mathcal{H}}_{g;\kappa;\mu_1;\dots;\mu_l}$, где индекс состоит из рода g , кратностей полюсов и набора разбиений кратностей прообразов над конечными точками вырожденного ветвления. Эти подмногообразия называются *стратами дискриминанта*.

Каждый страт дискриминанта $P\overline{\mathcal{H}}_{g;\kappa;\mu_1;\dots;\mu_l}$ представляет собой комплексное подмногообразие чистой размерности в $P\overline{\mathcal{H}}_{g;\kappa}$, и следовательно, по двойственности Пуанкаре определяет однородный элемент кольца когомологий $H^*(P\overline{\mathcal{H}}_{g;\kappa})$.

Для стратов небольшой коразмерности известны универсальные формулы, выражающие их через набор базисных когомологических классов. Используя эти формулы, мы вычислили степени стратов коразмерности 1 в пространствах Гурвица рациональных функций $P\overline{\mathcal{H}}_{0;\kappa}$. В качестве следствия мы получили новые замкнутые формулы для серий двойных чисел Гурвица рода 0 [Vsoh].

Методы доказательства комбинаторных тождеств, возникающих в описанных задачах, используют свойства биномиальности параметризованных многочленов Абеля и допускают естественные обобщения. В частности, небольшой модификацией методов, использованных при доказательстве, мы рассчитываем получить новые соотношения на производящие ряды, через которые выражаются степени стратов пространства Гурвица рода 0, а также новые универсальные формулы для степеней стратов.

Результаты моей предыдущей работы, которые вошли в кандидатскую диссертацию, включают в себя три проекта.

Первый посвящен исследованию стратов минимальной размерности в пространстве $P\overline{\mathcal{H}}_{g;\kappa}$. Мы вычислили пары Белого детских рисунков Гротендика рода 3 с 6 ребрами, 1 вершиной и нетривиальными группами автоморфизмов [BDE1], [BDE2].

Второй проект посвящен исследованию стратов размерности 1 в пространстве $P\overline{\mathcal{H}}_{g;\kappa}$. В этом случае мы получили (см. [Vm]) комбинаторное описание детского рисунка Гротендика, который соответствует каждому классу эквивалентности разветвленных накрытий двумерной сферы поверхностью рода g с четырьмя точками ветвления. Результаты получены для накрытий рода меньше 4 и степени функций меньше 6.

Третий проект посвящен исследованию стратов коразмерности один в пространстве $P\overline{\mathcal{H}}_{g;\kappa}$. Мы получили независимое доказательство формулы М. Буске-Мелу и Ж. Шеффер (см. [BMS]) для числа разложений перестановки в произведение данного набора перестановок, отвечающих накрытиям рода 0, для случая разложения полного цикла [Vbms]. Более того, мы получили производящую функцию для этих чисел и ее разложение по родам. А также доказали, что производящая функция для накрытий рода 0 удовлетворяет системе дифференциальных уравнений. Мы показали, что эта производящая функция является специализацией функции из работы [GJ] и поэтому является решением иерархии Кадомцева-Петвиашвили [Vkr].

Список литературы

- [Bm] Б. С. Бычков *Вычисление мегакарт*, Сиб. Эл. Матем. Изв., Т.10, С. 170-179 (2013)
- [Bbms] Б. С. Бычков *О разложении циклической перестановки в произведение данного числа перестановок*, Функц. анализ и его прил., Т.49, В.2, С. 1-6 (2015)
- [BDE1] Б. С. Бычков, Е. М. Епифанов, В. А. Дремов. *Вычисления пар Белого шестиреберных рисунков рода 3 с группами автоморфизмов порядков 12 и 3*, Фундаментальная и прикладная математика, Т.13, В.6, С.137-148 (2007)
- [BDE2] Б. С. Бычков, Е. М. Епифанов, В. А. Дремов. *Вычисления пар Белого шестиреберных рисунков рода 3 с группой автоморфизмов порядка 2*, Фундаментальная и прикладная математика, Т.18, В.6, С.77-89 (2013)
- [Bsoh] Б. С. Бычков *Степени когомологических классов мультиособенностей в пространствах рациональных функций*, подано в печать (2016)
- [BMS] M. Bousquet-Melou, G. Schaeffer *Enumeration of planar constellations*, Advances in Applied Math., V.24, I.4, P.337-368 (2000)
- [Bkp] B. Bychkov *On the number of coverings of the sphere ramified over given points*, math.CO/1312.1141 (2013)
- [GJ] I. P. Goulden, D. M. Jackson *The KP-hierarchy, branched coverings and triangulations*, Advances in Math., V.219, I.3, P.932-951 (2008)
- [KL] М. Э. Казарян, С. К. Ландо *К теории пересечений на пространствах Гурвица*, Изв. РАН., Сер. Матем., Т.68, №5, С.91-122 (2004)