

КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ЗАЯВКИ ФИЛИМОНЕНКОВОЙ Н.В.

## ОБОБЩЕННАЯ ПРОБЛЕМА МИНКОВСКОГО

Предметом исследования являются гладкие гиперповерхности в  $n$ -мерном евклидовом пространстве (далее – просто поверхности). Известными характеристиками гиперповерхности являются сумма главных кривизн (средняя кривизна) и произведение главных кривизн (гауссова кривизна). В работе 1985 года L. Caffarelli, L. Nirenberg, J. Spruck рассмотрели элементарную симметрическую функцию порядка  $m$  от главных кривизн,  $m = 1, 2, \dots, n - 1$ . Такая характеристика позже приобрела название  $m$ -кривизны, а замкнутая гиперповерхность с положительной  $m$ -кривизной стала называться  $m$ -выпуклой. С появлением этих понятий возникли новые задачи, проект посвящен двум из них.

I. Изучение эволюции замкнутой гиперповерхности с предписанным законом изменения  $m$ -кривизны. С начала 1990х этой темой в разное время занимались такие авторы, как J. Urbas, Th. Nehring, F. Tomi, О.А. Ладыженская, Н.М. Ивочкина. Были получены результаты о сжатии и раздувании выпуклых гиперповерхностей. В проекте планируется распространить эти результаты на  $m$ -выпуклые гиперповерхности.

II. Обобщенная проблема Минковского. Классической проблемой Минковского называется задача построения замкнутой гиперповерхности по заданной гауссовой кривизне, т. е.  $(n - 1)$ -кривизне. Регулярное решение этой задачи получил во второй половине XX века А. В. Погорелов и он же сформулировал обобщение этой проблемы: построение замкнутой гиперповерхности по заданной  $m$ -кривизне,  $m < n - 1$ . Она не имеет удовлетворительного решения до сих пор и является главной задачей данного проекта.

Каждая из поставленных задач сводится к полностью нелинейному уравнению в частных производных второго порядка относительно радиус-вектора искомой поверхности, которая предполагается звездной.

Вторая задача сводится к стационарному уравнению. Первая задача предполагает задание поверхности в начальный момент времени и эволюционное уравнение, например, такого вида: нормальная скорость эволюции равна  $m$ -кривизне поверхности в данной точке. Данные уравнения являются геометрическими аналогами аналитических  $m$ -гессиановских уравнений, включающих уравнение Монжа – Ампера, которые известны как эталонные примеры полностью нелинейной теории (“полностью” означает нелинейность по вторым производным). Проект является логическим продолжением исследований участника конкурса в этой области.

В проекте предполагается использовать неклассическую дифференциально-геометрическую методологию, основанную на наборе новых инвариантов поверхности, построенных в совместных работах с Н. М. Ивочкиной.