Краткое изложение заявки (*Мещеряков Виктор Владимирович*)

В работе [1] Ч. Дункл определил коммутирующее семейство дифференциально-разностных операторов, ассоциированных с конечными группами Кокстера. Каждая конечная группа Кокстера может быть реализована (см. например, [2]) как группа, порождённая отражениями. Операторы Дункла представляют собой обобщение операторов дифференцирования по заданному направлению. Известно (см. [1]), что, во-первых, любые два оператора Дункла коммутируют и, во-вторых, ограничение суммы квадратов операторов Дункла, соответствующих ортонормированному базису, на подпространство инвариантных (относительно группы Кокстера) функций есть деформация оператора Лапласа потенциалом Калоджеро — Мозера.

В [4] определены *универсальные операторы Дункла*, для которых аналоги перечисленных выше свойств выполняются на (комплексных) *многообразиях Дункла* и *Бете* соответственно. Для групп Кокстера[1] серий A, B, C и D в [5] вычислены размерности многообразий Бете и установлено, что для групп Кокстера серий A и D многообразие Бете является линейным пространством конечной размерности. В [6] для групп Кокстера серий A и D установлена связь между классическими и универсальными операторами Дункла: в локальных координатах многообразия Бете универсальные операторы записываются теми же формулами, что и классические операторы Дункла. В [7] доказано, что для каждой группы Кокстера многообразие Бете совпадает с соответствующим многообразием Дункла.

Овеществление комплексного многообразия Бете назовём *вещественным многообразием Бете*. Весной и летом 2016 года нами доказаны следующие утверждения.

Теорема 1. *Для группы Кокстера типа* B_n *комплексное* (*вещественное*) *многообразие Бете диффеоморфно многообразию комплексных* (*вещественных*) *матриц* $2 \times n$ *ранга* 1. **Теорема 2.** *Для системы* B_n *вещественное многообразие Бете ориентируемо тогда и только тогда, когда* n *— чётное.* **Теорема 3.** *Если* $m, n \geqslant 2$*, то многообразие комплексных* $m \times n$ *матриц ранга* 1 *односвязное.* **Теорема 4.** *Если* $m, n \geqslant 3$*, то фундаментальная группа многообразия вещественных* $m \times n$ *матриц ранга* 1 *изоморфна группе* $\mathbb{Z}_2$. **Теорема 5.** *Если* $n \geqslant 2$*, то многообразие вещественных* $2 \times n$ *матриц ранга* 1 *гомеоморфно прямому произведению* $\mathbb{R} \times \mathbb{S}^1 \times \mathbb{RP}^{n-1}$.

Сформулированные только что теоремы на данный момент не опубликованы, но докладывались и обсуждались в государственном социально-гуманитарном университете г. Коломны на научном семинаре «Геометрия и топология многообразий малых размерностей», руководителем которого является дфмн, профессор Лексин В.П.

В ходе дальнейших исследований планируется вычислить топологические характеристики (фундаментальную группу, группы гомологий) многообразий вещественных и комплексных $m \times n$ матриц произвольного немаксимального ранга.

Список литературы

[1] Dunkl C.F. Differential-difference operators associated to reflection groups//Trans. Amer. Math. Soc., 311, no 1 (1989), 167–183.

[2] Humphreys J.E. Reflection groups and Coxeter groups. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 29. Cambridge Universiti Press, Cambridge, 1990.

[3] Берест Ю. Ю., Веселов А. П. Принцип Гюйгенса и интегрируемость//УМН, №6, 1994, с. 8–78.

[4] Golubeva V.A. Leksin V.P. Heisenberg-Weyl operator algebras associated to the models of Calogero-Sutherland type and isomorphism of rational and trigonometric models // J. Math. Sci., 98, no 3 (2000), 291–318.

[5] Мещеряков В. В. Многообразия Бете, ассоциированные с классическими системами корней//Математические заметки. – 2007. – Т. 82, №5. – С. 709–718.

[6] Мещеряков В. В. Универсальные операторы Данкла//Успехи математических наук. Т. 64. №1. 2009. С. 155-156

[7] Meshcheryakov V. On the coincidence of two manifolds associated with the Calogero model//Journal of Dynamical and Control Systems. – 2009. – V. 15, No 2. – P. 343–403.

[1] Классификация конечных групп Кокстера, приведена, например в [2].