Краткое изложение заявки на конкурс
"МОЛОДАЯ МАТЕМАТИКА РОССИИ"
Сафонова Т.А.

Известно, что в базисе функций Чебышева-Эрмита матричное представление минимального замкнутого симметрического оператора, порожденного дифференциальным выражением

$$l = \sum_{j=0}^{n} a^{*j}(h_j a^* + \overline{h_j} a + \alpha_j e)a^j$$

в гильбертовом пространстве $L^2(-\infty;+\infty)$, где $a = (x+d/dx)/\sqrt{2}$ и $a^* = (x-d/dx)/\sqrt{2}$ - операторы рождения и уничтожения, e - единичный оператор, h_j - комплексные числа, α_j - вещественные числа, есть либо бесконечная диагональная матрица, либо трехдиагональная бесконечная якобиева матрица.

Дифференциальное выражение l является дифференциальным выражением порядка $2n+1$ в случае, когда $Imh_n \neq 0$, и порядка $2n$ в случае, когда $Imh_n = 0$, а $Reh_n \neq 0$ или $h_n = 0, \alpha_n \neq 0$, причем реализуются и случаи, когда коэффициент при старшей производной обращается в ноль на вещественной оси (так называемые иррегулярные дифференциальные выражения). Минимальный замкнутый симметрический оператор, порождённый якобиевой матрицей в гильбертовом пространстве последовательностей l^2, имеет индекс дефекта $(0,0)$ или $(1,1)$. Следовательно, таким же является индекс дефекта оператора, порождённого дифференциальным выражением l в пространстве $L^2(-\infty;+\infty)$, причем во втором случае (индекс дефекта равен $(1,1)$) это выражение порождает целый оператор минимального типа в смысле М.Г. Крейна.

Планируется продолжить уже начатые исследования по указанной выше тематике и получить новые результаты в области спектральной теории таких операторов. В частности, планируется:

1) По нормальной форме дифференциального выражения l найти дивергентную форму (хотя бы при небольших значениях n $(n = 0,1,2,3,4)$), то есть свести выражение $l[f]$ к виду

$$l[f] = \sum_{k=0}^{n} \left(p_k f^{(n-k)}\right)^{(n-k)} + i\sum_{k=0}^{n} \left(\left(q_k f^{(n-k)}\right)^{(n-k+1)} + \left(q_k f^{(n-k+1)}\right)^{(n-k)}\right)$$

где p_k, q_k - многочлены, коэффициенты которых выражаются через постоянные h_j, α_j $(j = 0,1,...,n)$.

2) Найти условия на коэффициенты $h_j, \alpha_j (j = 0,1,...,n)$, обеспечивающие реализацию случаев индекса дефекта (0,0) или (1,1) для минимального замкнутого симметрического оператора.

3) Исследовать вопросы, связанные с характером спектра самосопряжённых расширений минимального оператора, порождённого выражение l в пространстве $L^2(-\infty;+\infty)$.