

1 Краткое изложение заявки от Ахмеджановой М.Б.

Цель наших исследований заключается в оценке минимального количества ребер (минимальной степени ребра) в гиперграфе, лежащем в некотором классе гиперграфов. Данные задачи находятся на стыке теории раскрасок графов и экстремальной теории вероятностей. Все наши результаты являются новыми и улучшают ранее известные теоремы из данных областей.

Дадим основные определения. Гиперграф является некоторым обобщением графа, в котором ребром могут соединяться не только две вершины, но и любые подмножества вершин. В n -однородном гиперграфе, каждое ребро содержит ровно n вершин. Степенью ребра гиперграфа называется число других ребер данного гиперграфа, имеющих с данным хотя бы одну общую вершину. Гиперграф $H = (V, E)$ называется b -простым, если каждые два его различных ребра имеют не более b общих вершин.

Раскраска множества вершин V гиперграфа $H = (V, E)$ называется правильной, если в этой раскраске все ребра из E не являются одноцветными. Если для гиперграфа H существует правильная раскраска в r цветов, то говорят, что H является r -раскрашиваемым. Наконец, хроматическим числом гиперграфа H , $\chi(H)$, называется такое минимальное r , что H является r -раскрашиваемым.

Правильные раскраски допускают различные обобщения, одним из которых являются справедливые раскраски. Раскраска множества вершин гиперграфа называется *справедливой* (в мировой литературе используется термин *equitable*), если она является правильной и при этом мощности всех цветовых классов отличаются не более, чем на единицу

Достигнутые результаты

Наш первый результат позволяет установить количественную связь хроматического числа b -простого гиперграфа и его максимальной степени ребра.

Следующие два результата касаются справедливых раскрасок. А именно, получены оценки на число ребер n -однородного гиперграфа, которые обеспечивают существование справедливой раскраски в два цвета и в r цветов. Замечательным является тот факт, что наша оценка для справедливых раскрасок в два цвета совпала (с точностью до алгоритмической константы) с наилучшей оценкой для правильных раскрасок.

План исследований(коротко)

1. В скором времени мы планируем улучшить оценку для r цветов и показать, что для достаточно большого n всякий n -однородный гиперграф $H = (V, E)$ с числом ребер

$$|E(H)| \leq 0.01 \left(\frac{n}{\ln n} \right)^{\frac{r-1}{r}} r^{n-1}$$

можно справедливо раскрасить в r цветов, при $r = r(n) < \sqrt[3]{\ln n}$. Таким образом, при небольших r по сравнению с n оценка для справедливых раскрасок в r цветов будет совпадает (с точностью до константы) с наилучшей оценкой для правильных раскрасок.

2. Другим направлением исследований является рассмотрение при $r \rightarrow \infty$ класса n однородных b простых гиперграфов с хроматическим числом больше r . В данном классе мы хотим оценить минимальное число ребер.
3. получить оценки на минимальное число ребер для онлайн раскрасок в три цвета.