

Краткое изложение заявки Е.С. Алексеевой
«Новые приложения теории гамильтоновых систем малой размерности»

Исследование одномерного движения материальной точки в потенциальных ямах было начато ещё К. Вейерштрассом и А. Пуанкаре, однако интенсивное развитие теории гамильтоновых систем в трудах В.И. Арнольда, Г.М. Заславского и др. в прошлом веке указывает на возможность новых содержательных рассмотрений на основе этой старой задачи как в области классической, так и в области квантовой механики.

I. Проведенные исследования

Мною совместно с А.Э. Рассадиным были получены следующие результаты:

- в рамках теории квазигамильтоновых систем было получено асимптотическое решение для одномерного движения материальной точки в потенциальной яме с учётом линейного затухания и дана оценка погрешности этого решения;
- в рамках теории модуляции Уизема были построены асимптотические решения уравнения Клейна-Гордона-Фока (УКГФ) с чисто кубической нелинейностью;
- были вычислены коэффициенты нелинейных искажений динамических переменных вырожденного уравнения Дуффинга.

II. Проект будущих исследований

В ближайшие три года я под руководством А.Э. Рассадина планирую решить следующие группы задач:

- продолжить исследование асимптотических решений для различных УКГФ в рамках теории модуляции Уизема как до наступления градиентной катастрофы, так и после неё — с помощью принципа Олейник-Лакса, в том числе сравнить точные решения задач Коши для линейного УКГФ и точно решаемого методом обратной задачи рассеяния уравнения sh -Гордон с результатами применения к этим уравнениям теории модуляции Уизема, а также с подходами, развитыми в работах В.П. Маслова (см. [1] и ссылки там);
- изучить зависимость от параметров поведения отображений плоскости переменных действие-угол в себя, возникающих при описании воздействия периодических толчков на материальную точку в потенциальной яме, а также исследовать численно или аналитически огрублённое уравнение Лиувилля для усреднённой по периоду невозмущённого движения функция распределения возмущённой этими ударами системы [2] (для потенциала Морза [3] эта задача соответствует возникновению квантового хаоса при облучении газа двухатомных молекул импульсным лазером) ;
- изучить влияние на одномерное движение материальной точки в потенциальной ямах четвёртой и шестой степени по обобщённой координате малой квадратичной по координате добавки к потенциалу в рамках нелинейной теории возмущений [3], в качестве нулевого приближения для которой используется точное решение невозмущённой системы, выражающееся через эллиптические функции Якоби с постоянным модулем.

По итогам реализации проекта в 2022 году мною запланирована защита кандидатской диссертации. За 3 года проекта мною будут опубликованы не менее 5-ти статей в реферируемых журналах, из них 2 статьи в журналах, индексируемых в Scopus/Web of Science, и 3 статьи в журналах, включённых в Перечень ВАК.

Литература

- [1] Габов С.А. Введение в теорию нелинейных волн. — М.: Изд-во МГУ, 1988.
- [2] Заславский Г.М. Стохастичность динамических систем. — М.: Наука, 1984.
- [3] Коткин Г.Л., Сербо В.Г. Сборник задач по классической механике. — М.: Наука, 1977.