

Краткое изложение заявки

Р. Гонин

Алгебра Динга-Йохара $U_{q,t}(\hat{\mathfrak{gl}}_1)$ – это важная алгебра, возникающая в математической физике (деформация СФТ, соответствующая пятимерным суперсимметричным калибровочным теориям) и алгебраической геометрии (алгебра Холла эллиптической кривой).

На алгебре Динга-Йохара действует автоморфизмами группа $\widetilde{SL}_2(\mathbb{Z})$. Поэтому любое представление M можно подкрутить на автоморфизм $\sigma \in \widetilde{SL}_2(\mathbb{Z})$. Мы будем называть результат твистованным представлением M^σ . У алгебры Динга-Йохара имеется базисное представление \mathcal{F}_u называемое фоковским. Имеется задача явного описания действия генераторов Шевалле E_n, F_n и H_n на \mathcal{F}_u^σ .

Эта задача была решена в совместной работе с М. Берштейном при $q = t$. В этом случае автоморфизмами действует группа $SL_2(\mathbb{Z})$. Побочным продуктом нашей конструкции является действие $\hat{\mathfrak{gl}}_n$ на \mathcal{F}_u . Генераторы Шевалле $U_{q,q}(\hat{\mathfrak{gl}}_1)$ выражены как билинейные комбинации генераторов алгебры Клиффорда (имеющих интерпретацию вертексных операторов для $\hat{\mathfrak{gl}}_n$).

Наш подход позволил нам также доказать тождество (3.11) из [BGM]. Это соотношение на q -деформированные конформные блоки для W -алгебр, которое было высказано в качестве гипотезы в связи с изучением q -разностных уравнений Пенлеве и более общих деавтономизаций кластерных интегрируемых систем.

В настоящее время я дописываю статью, в которой будут представлены эти результаты.

У нас есть гипотеза о том, как должно выглядеть обобщение конструкции твистованного представления для $q \neq t$. Мы ожидаем, образующие алгебры Клиффорда нужно заменить на вертексные операторы для алгебры $U_v(\hat{\mathfrak{gl}}_n)$, где $v = \sqrt{q/t}$. Основным нашим инструментом работы с этими вертексными операторами является полубесконечная конструкция Леклерка-Тибона. При $v = 1$ вертексные операторы $U_v(\hat{\mathfrak{gl}}_n)$ начинают образовывать алгебру Клиффорда, и через них пишется действие $\hat{\mathfrak{gl}}_n$. Факт, что эти формулы не обобщаются на $v \neq 1$, но через билинейные комбинации вертексных операторов начинает выражаться другая алгебра, кажется нам крайне интересным и требующим концептуального понимания.

Одним из возможных приложений нашей конструкции может быть применение к геометрической теории представлений. Гипотеза Горского-Негутца [GN] говорит, что переход между стабильными базисами $s_\lambda^{m/n-\epsilon}$ и $s_\lambda^{m/n+\epsilon}$ совпадает с переходом от стандартного к костандартному в фоковском представлении $U_v(\hat{\mathfrak{gl}}_n)$. Эта гипотеза в частности предполагает, что $U_q(\hat{\mathfrak{gl}}_n)$ действует на фоковском пространстве для алгебры Динга-Йохара. При этом у Горского-Негутца нет явной конструкции этого действия. Явная конструкция обоих действий на одном и том же пространстве может прояснить и помочь доказать эту гипотезу.

Список литературы

[BGM] M. Bershtein, P. Gavrylenko and A. Marshakov, *Cluster Toda chains and Nekrasov functions* [arXiv:1804.10145].

[GN] Gorsky E., Negut A., *Infinitesimal change of stable basis*, **Selecta Math.**, July 2017, Volume 23, Issue 3, pp 1909–1930