

# 1 Краткое содержание заявки

Мой проект связан с исследованиями коммутативных подалгебр Бете в янгианах для простых алгебр Ли.

Янгиан для простой алгебры Ли  $\mathfrak{g}$  был определён В. Дринфельдом в его работе [4], в то время как янгиан для алгебры  $\mathfrak{gl}_n$  появился несколько ранее в работах Л. Фадеева и ленинградской школы, см. например [8]. Коммутативные подалгебры Бете в янгиане для  $\mathfrak{gl}_n$  и скрученных янгианов исследовались в работе М. Назарова и Г. Ольшанского [7].

Подалгебры Бете интересны по следующим причинам:

- 1) Подалгебры Бете связаны с КМОЗ (квантовый метод обратной задачи), а именно описывают законы сохранения цепочки  $XXX$ , так же проблема нахождения общих собственных векторов для подалгебры Бете является алгебраическим анзацем Бете;
- 2) Образ подалгебр Бете при действии янгиана на квантовых когомологиях колчаных многообразий есть подалгебра квантового умножения на квантовых когомологиях, см. [10].

Определение предельных подалгебр для алгебр сдвига аргумента в случае универсальной обёртывающей алгебры восходит к работе Э. Винберга [6]. Описание семейства коммутативных относительно скобки Пуассона подалгебр алгебры  $S(\mathfrak{g})$  было найдено в работе В. Шувалова [5]. Следует отметить, что алгебру Гельфанда-Цейтлина можно получить с помощью предельного перехода из алгебр сдвига аргумента.

В недавней работе [9] было получено описание многообразия, параметризующего замыкание семейства коммутативных подалгебр сдвига аргумента в случае  $U(\mathfrak{g})$ . Более того, подалгебры сдвига аргумента при вещественном значении параметра имеют простой спектр. В работе [9] также изучен вопрос о монодромии набора собственных векторов коммутативных подалгебр модели Годена.

Цель проекта — исследование аналогичных вопросов в случае  $Y(\mathfrak{g})$ , а именно:

1. Описание пространства параметров, параметризующих замыкание семейства подалгебр Бете, а так же явное описание предельных подалгебр Бете;
2. Исследование спектра подалгебр Бете в представлениях янгиана, что представляет интерес для КМОЗ, см. [11].
3. Изучение действия фундаментальной группы пространства из пункта 1) на множестве общих собственных векторов и описание этого действия в терминах кристаллов.

Задача 1 была решена в совместной статье [1] в случае  $\mathfrak{g} = \mathfrak{gl}_n$ . В работе [3] были частично исследованы подалгебры Бете в случае произвольной  $\mathfrak{g}$ .

## Список литературы

- [1] Ilin A., Rybnikov L., *Degenrarion of Bethe subalgebras in the Yangian of  $\mathfrak{gl}_n$* . Letters in Mathematical Physics. 2018. Vol. 108. No. 4. P. 1083-1107
- [2] Curtis Wendlandt *The R-matrix presentation for the Yangian of a simple Lie algebra*. arXiv:1709.08162 [math.QA]
- [3] Ilin A., Rybnikov L., *Bethe subalgebras in Yangians and the wonderful compactification*. In preparation.
- [4] V. Drinfeld, *Hopf algebras and the quantum Yang-Baxter equation*. Soviet Math. Dokl. 32 (1985), 254-258
- [5] V. V. Shuvalov *On Limits of Mishchenko–Fomenko Subalgebras in Poisson Algebras of Semisimple Lie Algebras*. Functional Analysis and Its Applications, 2002, 36:4, 298-305.
- [6] E.B. Vinberg *On certain commutative subalgebras of universal enveloping algebra*. Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat., 54:1 (1990), 3–25.
- [7] Maxim Nazarov, Grigori Olshanski *Bethe Subalgebras in Twisted Yangians*. Comm. Math. Phys. 178 (1996), 483–506.
- [8] Takhtajan L.A., Faddeev L.D., *Quantum inverse scattering method and the Heisenberg XYZ-model*. Russian Math. Surv. 34 (1979), no. 5, 11-68
- [9] I. Halcheva, J. Kamnitzer, L. Rybnikov, A. Weeked *Crustals and monodromy of Bethe vectors*. arXiv:1708.05105
- [10] D. Maulik, A. Okunkov *Quantum Groups and Quantum Cohomology*. arXiv:1211.1287
- [11] V. G. Drinfeld *Quantum groups*. Journal of Soviet Mathematics, 1988, 41:2, 898–915