1 Краткое изложение заявки. А.В. Иванов

Введение. В предполагаемом исследовании планируется изучение двух диаграммных техник, возникающих в математической физике. Первая из них относится к теории ядра уравнения теплопроводности для подсчета коэффициентов Сили-ДеВитта. На основе данной техники был построен матричный формализм для работы со следовыми частями, имеющий также выход в теорию чисел. Вторая диаграммная техника связана с исследованиями в области теории представлений группы $SL(2,\mathbb{R})$, которая играет исключительно важную роль в теории представлений и является отправной точкой к изучению случая более высокого ранга. В частности диаграммный подход может быть использован для подсчета $6j$ - символов. Стоит отметить, что обе области (упорядоченная экспонента и теория представлений $SL(2,\mathbb{R})$) важны при изучении спиновых цепочек, уравнения Янга-Бакстера, а также многих других задач современных интегрируемых моделей и квантованных полей.

Ядро уравнения теплопроводности. Изначально метод собственного времени В. А. Фока использовался для работы с функциями Грина, однако затем он нашел свое применение к вопросам калибровочной инвариантности и в квантовой гравитации. В настоящее время данный подход является достаточно удобным инструментом в математической и, особенно, теоретической физике, который используется для петлевых рассчетов, поиска расходимостей и перенормировки. Основным объектом исследований является ковариантный оператор Лапласа $A_1 = (\partial_\mu + B_\mu(x))(\partial_\mu + B_\mu(x))$ в пространстве с плоской метрикой. Согласно общей теории около нуля рассматривается его тепловое ядро в виде исимптотического ряда по времени с коэффициентами Сили-ДеВитта $a_n(x,y)$. Ранее были построены диаграммная техника и матричный формализм для подсчета и анализ коэффициентов ряда, а также доказана "Теорема о дифференцировании диаграммы", играющая ключевую роль при вычислениях, и которая является обобщением правила Лейбница на случай диаграмм. Предлагается продолжить изучение свойств диаграммной техники и матричного формализма. В частности рассмотреть приложение полученного метода к теории чисел, а именно, найти соответствие между производящими функциями чисел и операторами A^1, B^1 и Υ матричного формализма в случае, когда связность является скалярной функцией.Также планируется получить для следовой части теплового ядра $trK(x,x;\tau)$ общую формулу и сравнить её с известной формулой из квантовой теории поля и теории вероятности, которая может быть выражена через континуальный интеграл по всем траекториям на отрезке $[1,\tau]$ с граничным условием $x(0) = x(\tau) = 0$.

Теория представлений. При рассмотрении теории представлений группы $SL(2,\mathbb{R})$ особую роль играют лишь те, на которых можно задать инвариантный эрмитов функционал, такие представления можно разбить на три множества: основная (непрерывная), дополнительная и дискретная серии. Ранее был деагонализован оператор Казимира на тензорном произведении представлений из непрерывного спектра. Также были построены проекторы $P^{\rho,\varepsilon}_{\rho_1,\varepsilon_1,\rho_2,\varepsilon_2}(x_1,x_2;y)$ и $P^{\pm,h}_{\rho_1,\varepsilon_1,\rho_2,\varepsilon_2}(x_1,x_2;z)$ на непрерывный и дискретный спектры, показана ортогональность данных проекторов и вычислены нормировки $N(h)$ и $N(\rho)$. В качестве работы предлагается явно показать полноту проекторов в смысле обобщенных функций, рассмотреть интеграл Густафсона, а также изучить соответствующие $6j$ - символы методами, заложенными в работе С.Э. Деркачева и В.П. Спиридонова при изучении представления группы $SL(2,\mathbb{C})$.