Краткое изложение заявки Ноздриновой Елены

Ожидаемые результаты научного исследования и их научная и прикладная значимость.

Широкий ряд моделей, возникающих в физике, биологии, химии и т.д. описывается одномерным уравнением реакции-диффузии. Соответствующую цепочку связанных отображений (ЦСО), то есть дискретных вариантов этого уравнения, можно рассматривать как бесконечный набор копий локальной динамической системы на фазовом пространстве $\mathbb{R}$ или его компактификации $\mathbb{S}^1$. Если локальная динамика демонстрирует гиперболическое поведение, то динамика всей ЦСО полностью определяется локальными динамиками при достаточно малых параметрах.

Так модель Колмогорова-Петровского-Пискунова (КПП) развития полезных генов описывается локальным отображением $f(u) = u + \gamma u(1-u)$. Для любого $\gamma \in (0,1)$ компактифицирующее отображение $\tilde{f}$ есть диффеоморфизм Морса-Смейла окружности $\mathbb{S}^1$ с четырьмя неподвижными точками. Вещественное амплитудное уравнение волн, порожденных ветром описывается локальным отображением $f(u) = Au - bu^3$. Если $b > 0$ и $A\epsilon(0,1) \cup (1,\frac{3}{2})$, то компактифицирующее отображение $\tilde{f}$ диффеоморфизм Морса-Смейла окружности $\mathbb{S}^1$ с четырьмя неподвижными точками при $A\epsilon(1,\frac{3}{2})$ и двумя неподвижными точками при $A \in (0,1)$.

Управление динамикой описанных моделей сводится к рассмотрению непрерывного семейства отображений многообразия. В связи с чем естестественно возникает вопрос о возможности соединения двух регулярных отображений простой дугой. Решению этой проблемы и будет посвящено настоящее исследование.

Задачи исследования

- найти новые препятствия к существованию простой дуги, соединяющей многомерные каскады с регулярной динамикой
- построить простую дуги, соединяющую поверхностные градиентно-подобные диффеоморфизмы

Проведенные исследования.

Установлено, что для любого сохраняющего ориентацию градиентно-подобного диффеоморфизма на замкнутой ориентируемой поверхности M^2 существует дуальная пара аттрактор-репеллер A_f, R_f, которые имеют топологическую размерность не больше 1 и пространство орбит в их дополнении V_f (характеристическое пространство) гомеоморфно двумерному тору.

Установлены все возможные типы периодических данных для диффеоморфизмов с одной седловой орбитой, показано что их можно реализовать на поверхности любого рода.

Решен вопрос о соединение двух каскадов источник-сток на окружности дугой без точек бифуркации.

Доказано существование гладкой дуги без бифуркаций, соединяющей диффеоморфизмы источник-сток на двумерной сфере.

Изучены асимптотические свойства и структура вложения инвариантных многообразий неблуждающих точек бифуркационных диффеоморфизмов простой дуги, также установлена возможность полного упорядочивания периодических орбит таких диффеоморфизмов.

Рассмотрены диффеоморфизмы Морса-Смейла, определенные на односвязном замкнутом многообразии M^n, $n > 3$. Для таких систем вводится понятие тривиальной (нетривиальной) связности их периодических орбит. Установлено, что изотопические тривиальные и нетривиальные диффеоморфизмы не могут быть соединены дугой с бифуркациями коразмерности один. Примеры таких каскадов Морса-Смейла на многообразии $S^{n-1} \times S^1$.

Научная новизна исследования

Новизна решения заявленной проблемы построения простых дуг, соединяющих изотопные градиентно-подобные диффеоморфизмы на поверхностях состоит в использовании топологических подходов к теории бифуркаций, а именно переход к пространству орбит с дальнейшим применением леммы о фрагментации.