

Краткое изложение заявки Порошиной Анастасии Борисовны

Неустойчивость упругих трубок с протекающей внутри жидкостью теоретически и экспериментально исследована во многих работах. Однако, до сих пор в литературе исследовались лишь течения ньютоновской (линейно-вязкой) или идеальной невязкой жидкости, в то время как в приложениях (кровь в кровеносных сосудах и др.) биожидкости имеют существенно неньютоновские свойства.

Данный проект посвящен математическому исследованию новых видов потери устойчивости течения жидкости в упругих трубках, а также исследованию влияния на границу устойчивости реологии жидкости.

Трёхмерная система дифференциальных уравнений (уравнение Навье-Стокса для степенной жидкости и уравнение движения трубки), описывающая длинноволновые низкочастотные движения системы, сводится к пространственно-одномерной системе дифференциальных уравнений в частных производных путем интегрирования по поперечному сечению трубки.

Ранее были найдены условия неустойчивости движения нелинейно-вязкой степенной жидкости в трубках бесконечной длины. Неустойчивость, при которой сохраняется осесимметричность движения трубки, возможна лишь при показателе степенного закона $n < 0.611$. Другими словами, выявлена качественная разница с устойчивостью течения ньютоновской жидкости – появляются новые области устойчивости и неустойчивости, отсутствующие в случае линейно-вязкой жидкости.

Кроме того, был исследован характер неустойчивости (абсолютная и конвективная неустойчивость). Если неустойчивость будет конвективной, то она может не наблюдаться в реальности. Для нахождения критерия абсолютной неустойчивости, дисперсионное соотношение исследовалось на наличие седловых точек и точек ветвления обратной функции, ветви которой соответствуют волнам, бегущим в противоположные стороны. Получено, что абсолютная неустойчивость может возникнуть только при показателе степенной среды $n < 1/3$.

В проекте для анализа устойчивости трубок конечной длины будет решаться задача на собственные значения. Решение системы дифференциальных уравнений в частных производных представляется в виде собственных функций, которые представляются в виде суперпозиции четырех бегущих волн. Дисперсионное уравнение является уравнением четвертого порядка, с заданными четырьмя граничными условиями. Аналитическое решение характеристического уравнения для заданных граничных условий невозможно, поэтому для нахождения области неустойчивости задача будет решена численными методами. Однако, без учета продольного натяжения и массы трубки задача будет решена аналитически.

Также будет решаться, задача исследования влияния сужения и растяжения трубки на устойчивость течения нелинейно-вязкой степенной жидкости в осесимметричной тонкостенной трубке бесконечной и конечной длины. Ожидается, что область неустойчивости распадется на две подобласти, одна из которых будет расширяться, а другая уменьшаться, в зависимости от параметров задачи.

На заключительном этапе планируется проведение ряда экспериментов для сравнительного анализа с полученными теоретическими результатами.