

Краткое изложение заявки

Зотов Андрей Владимирович

Эллиптические интегрируемые системы

Проект посвящен решению ряда актуальных задач теории интегрируемых систем, в которых взаимодействие описывается в терминах эллиптических функций.

Исследуемый класс моделей включает в себя всю классификацию систем, описываемых в терминах пар Лакса со спектральным параметром на эллиптической кривой. Матрицы Лакса в этой классификации являются сечениями голоморфных расслоений на кривой и фиксируются набором параметров алгебро-геометрической конструкции Кричевера-Хитчина, Особую роль в исследовании будут играть модели, для которых характеристические классы расслоений нетривиальны. Классическая механика таких систем описывает, в частности, n взаимодействующих волчков Эйлера-Арнольда на группе Ли GL_N . При этом ранг расслоения (размер матрицы Лакса) равен nN . Указанный класс моделей допускает естественную деавтономизацию, при которой модуль эллиптической кривой и координаты проколотых точек становятся временами неавтономной динамики. Уравнения движения описывают системы Шлезингера, уравнения Пенлеве и их аналоги старшего ранга. Квантование таких моделей приводит к уравнениям Книжника-Замолотчикова-Бернара (КЗБ) на конформные блоки.

Одна из задач проекта связана с конструкцией Мацуо-Чередника, определяющей решения уравнений Шредингера для (бесспиновых) многочастичных интегрируемых систем как проекцию конформных блоков вдоль их (анти)симметричной компоненты. В частности, планируется показать, что уже и в отсутствие проекции степенные суммы gl_N -связностей КЗБ на эллиптической кривой с n проколами задают гамильтонианы квантовой модели n взаимодействующих GL_N волчков, отвечающей другой конфигурации – расслоению над кривой с одной проколотой точкой, но рангом nN . Эта же модель возникает и в несколько ином контексте – при описании интегрируемых многочастичных систем через пары Лакса, в которых функции Кронекера замены на операторы (квантовые R -матрицы Бакстера-Белавина) в конечномерном гильбертовом пространстве некоторой спиновой цепочки. Уравнения Лакса в этом случае могут быть интерпретированы как «полуквантовые» – степени свободы частиц остаются классическими, а спиновые переменные проквантованы. Переход к неавтономному квантовому аналогу приводит теперь к деформации уравнений КЗ, которую можно понимать как добавление в систему уравнений КЗ спектрального параметра. Проект подразумевает исследование свойств решений соответствующей линейной задачи. Интерес заключается в том, что даже в относительно простых частных случаях зависимость от спектрального параметра у таких решений нетривиальна – например, эти решения удовлетворяют квантовому уравнению Пенлеве по спектральному параметру. В то же время в отсутствие деформации по спектральному параметру, решения переходят в известные конформные блоки.

Более подробно указанные выше задачи описаны в плане исследования.