

# КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ЗАЯВКИ НА КОНКУРС «МОЛОДАЯ МАТЕМАТИКА РОССИИ» 2018

И. Махлин

Абелевы ПБВ-вырождения неприводимых представлений и многообразий флагов активно изучались в течение последних десяти лет. В статье [1] рассматриваются обобщения этих конструкций, отвечающие взвешенным ПБВ-фильтрациям. В этом контексте доказываются обобщения некоторых центральных фактов теории абелевых ПБВ-вырождений.

Первый из обобщенных фактов — это наличие вложения Плюккера для вырожденного многообразия. Оно задается начальным идеалом идеала соотношений Плюккера. Второй — наличие базисов ФФЛВ (Фейгина–Фурье–Литтелманна–Винберга) в вырожденных представлениях. Эти базисы мономиальны и параметризуются целыми точками в многогранниках ФФЛВ.

Также в [1] установлено, что в некоторой общей ситуации вырожденное многообразие совпадает с торическим многообразием многогранника ФФЛВ. Это обстоятельство во многом мотивирует препринт [2], основная цель которого — построить похожую по духу теоретико-представленческую интерпретацию для другого, хорошо изученного торического вырождения многообразия флагов — торического многообразия многогранника Гельфанда–Цетлина (ГЦ).

В [2] задается действие некоторой ассоциативной алгебры на пространствах неприводимых представлений. Для определения вырожденного представления вместо действия универсальной обертывающей вырождается действие этой алгебры. Для определения вырожденного многообразия флагов вместо замыкания орбиты группы рассматривается замыкание множества образов определенных экспонент образующих введенной ассоциативной алгебры. При, опять же, некоторой общей ситуации многообразие совпадает с торическим многообразием многогранника ГЦ.

Общая цель данного проекта — обобщение результатов об абелевых вырождениях, а также подходов работ [1] и [2] на модули Демажюра и многообразия Шуберта. Отчасти это мотивировано работой [3], в которой строятся полуторические вырождения многообразий Шуберта, вложенные в торическое многообразие многогранника ГЦ. Эти вырождения естественным образом задают вырождения модулей Демажюра. Одной из целей проекта является определение того или иного действия на вырожденных модулях и реализации при помощи этого действия полуторических вырожденных многообразий.

Второй частью проекта является поиск аналогов результатов [3] для многогранников ФФЛВ. Такие аналоги должны привести к построению вложений Плюккера для абелевых и взвешенных вырождений многообразий Шуберта, а также к построению новых мономиальных базисов в модулях Демажюра и их вырождениях. Наличие этих результатов проверено в частном случае так называемых треугольных перестановок.

Кроме того, аналоги результатов [3] для многогранников ФФЛВ интересны с точки зрения построения аналогов граней Когана в этих многогранниках, что потенциально могло бы дать новые аналоги пайп-дримов и многочленов Шуберта.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] X. Fang, E. Feigin, G. Fourier, I. Makhlin, *Weighted PBW degenerations and tropical flag varieties*, Communications in Contemporary Mathematics, <https://doi.org/10.1142/S0219199718500165>.
- [2] I. Makhlin, *Gelfand–Tsetlin degenerations of representations and flag varieties*, arXiv:1809.02258
- [3] M. Kogan, E. Miller, *Toric degeneration of Schubert varieties and Gelfand–Tsetlin polytopes*, Advances in Mathematics, 193 (2005), 1–17.