

Алгебраическая теория чисел: введение

М.Ю. Розенблюм

Программа весеннего семестра

1. Дзета-функция

Дзета-функция Римана. Эйлерово разложение. Функциональное уравнение. Числа Бернулли. L -функции Дирихле. Теорема Дирихле о простых числах в арифметических прогрессиях. Дзета-функция Дедекинда. Формула вычета.

2. Модулярные формы

Комплексные торы. Модулярная группа. Конгруэнц-подгруппы. Модулярные кривые. Ряды Эйзенштейна и параболические формы. Скалярное произведение. Преобразование Меллина и L -функции. Операторы Гекке и инволюции. Функциональное уравнение. Эйлерово произведение. Действие алгебры Гекке на гомологиях и модулярный символ.

3. Эллиптические кривые.

Обобщенная форма Вейерштрасса. Закон сложения. Инвариантный дифференциал. Эллиптические функции и эллиптические интегралы. Изогении и точки конечного порядка. Эллиптические кривые над конечными полями. Эллиптические кривые над полями алгебраических чисел. Минимальное уравнение. Редукция. Теорема Морделла. Дзета-функция. Связь с модулярными формами.

4. Квадратичные формы.

Квадратичный закон взаимности. Теорема Минковского - Хассе. Классификация целочисленных форм. Числа Тамагавы. Решетки и θ -функции.