

# Алгебраическая теория чисел: введение

М.Ю. Розенблюм

## Программа весеннего семестра

### 1. Круговые поля.

Закон разложения. Гауссовы суммы. Квадратичный закон взаимности. Соотношение Штикельбергера.

### 2. Метрическая топология

Адели и иделы. Аппроксимационная теорема. Теорема Дирихле о единицах. Конечность числа классов идеалов.

### 3. Дзета-функция

Дзета-функция многообразия над конечным полем. Дзета-функция Римана. Функциональное уравнение. Числа Бернулли.  $L$ -функции Дирихле. Теорема Дирихле о простых числах в арифметических прогрессиях. Дзета-функция Дедекинда. Формула вычета.

### 4. Модулярные формы

Комплексные торы. Модулярная группа. Конгруэнц-подгруппы. Модулярные кривые. Ряды Эйзенштейна и параболические формы. Скалярное произведение. Преобразование Меллина и  $L$ -функции. Операторы Гекке и инволюции. Функциональное уравнение. Эйлерово произведение. Действие алгебры Гекке на гомологиях и модулярный символ.

### 5. Эллиптические кривые.

Обобщенная форма Вейерштрасса. Закон сложения. Инвариантный дифференциал. Эллиптические функции и эллиптические интегралы. Изогении и точки конечного порядка. Эллиптические кривые над конечными полями. Эллиптические кривые над полями алгебраических чисел. Минимальное уравнение. Редукция. Теорема Морделла. Дзета-функция. Связь с модулярными формами.