

Грубая геометрия

Арутюнов А.А.

2024г.

Аннотация

Курс является введением в грубую геометрию. Центральным понятием курса является понятие квазиизометрии и более широкое понятие грубого отображения: ослабление понятия непрерывного отображения, при котором, неформально говоря, близкие точки переходят в "не очень далекие". Главным примером демонстрирующим эту идею является грубая эквивалентность целых чисел \mathbb{Z} и вещественной прямой \mathbb{R} (с естественными метриками). При этом данные пространства не будут грубо эквивалентны плоскости.

В ходе изложения естественным образом возникают такие классические вопросы, как понятие роста группы (и более широко – метрического пространства) и аменабельность. Важный пример, который мы будем рассматривать, это гиперболическое пространство (геометрия Лобачевского).

Задачи к курсу будут распределены в 'листочки'. Ансамбль принимающих: Игорь Жильцов, Олег Муравьев, Алексей Наянзин. Экзамен будет основан на числе сданных задач.

Программа курса

1. Грубые и борнологические отображения метрических пространств, грубая эквивалентность, графы Кэли.
2. Теорема Шварца-Милнора.
3. Грубая структура (емкость, энтропия). Метризуемость.
4. Концы пространства. Грубые компактификации.
5. Ограниченная геометрия. Типы роста метрических пространств.
6. Аменабельность. Теорема Фёльнера.
7. Произведение Громова. Гиперболичность по Громову.
8. САТ-классификация пространств.
9. Грубые вложения. Doubling-условие.
10. Грубые неподвижные точки.

Список литературы

- [BH99] Martin R. Bridson и Andr'e Haefliger. "Metric Spaces of Non-Positive Curvature". В: 1999. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:123400364>.
- [Sem99] S. Semmes. "BILIPSCHITZ EMBEDDINGS OF METRIC SPACES INTO EUCLIDEAN SPACES". В: *Publicacions Matematiques* 43 (1999), с. 571—653. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:26550207>.
- [Roe03] John Roe. "Lectures on coarse geometry". В: 2003. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:116955387>.
- [Gro04] Mikhael Gromov. "CAT(κ)-Spaces: Construction and Concentration". В: *Journal of Mathematical Sciences* 119 (2004), с. 178—200. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:120584617>.
- [BB04] Прасолов В.В. *Геометрия Лобачевского*. 3-е изд. МЦНМО, 2004. URL: <ftp://ftp.mccme.ru/users/prasolov/geomlob/glob.pdf>.
- [BDM06a] N. Brodskiy, Jerzy Dydak и A. Mitra. "Coarse structures and group actions". В: *Colloquium Mathematicum* 111 (2006), с. 149—158. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:15586857>.
- [BDM06b] N. Brodskiy, Jerzy Dydak и A. Mitra. "Svarc-Milnor Lemma: a proof by definition". В: *arXiv: Geometric Topology* (2006). URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:15489351>.
- [DH06] Jerzy Dydak и C. S. Hoffland. "An alternative definition of coarse structures". В: *Topology and its Applications* 155 (2006), с. 1013—1021. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:14012612>.
- [Fuk09] Tomohiro Fukaya. "Coarse fixed point theorem". В: 2009. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:122637997>.
- [NY12] Piotr W. Nowak и Guoliang Yu. "Large Scale Geometry". В: 2012. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:118279001>.
- [LC14] Jes'us Antonio 'Alvarez L'opez и Alberto Candel. "Generic Coarse Geometry of Leaves". В: 2014. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:118890285>.
- [DK18] Cornelia Drutu и Michael Kapovich. "Geometric Group Theory". В: 2018. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:125794723>.
- [Löh18] Clara Löh. "Geometric Group Theory: An Introduction". В: 2018. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:125409875>.
- [Har20] Elisa Hartmann. "Coarse compactifications of proper metric spaces". В: (сент. 2020), с. 25. URL: https://www.researchgate.net/publication/344294401_Coarse_compactifications_of_proper_metric_spaces.
- [Bil+21] Ayse Humeyra Bilge и др. "Gromov product structures, quadrangle structures and split metric decompositions for finite metric spaces". В: *Discret. Math.* 344 (2021), с. 112358. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:233375302>.

- [MD21] Yuankui Ma и Jerzy Dydak. “Coarse Freudenthal compactification and ends of groups”. В: 2021. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:231855348>.
- [TW22] Romain Tessera и Jeroen Winkel. “Coarse fixed point properties”. В: 2022. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:254535989>.
- [Bun23] Ulrich Bunke. “Coarse geometry”. В: 2023. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:258714934>.