

Отзыв
научного руководителя
на дипломную работу Е.А. Гречникова
“Оценка числа ребер между вершинами заданных степеней
в случайных графах в модели Боллобаша”

Дипломная работа Е.А. Гречникова посвящена задачам теории случайных графов. Сама теория давно уже является одной из важнейших в области дискретного анализа. По существу, она возникла в середине XX века с трудами П. Эрдеша и А. Реньи. Классическая модель случайного графа, предложенная этими авторами, глубоко и всесторонне изучена, и ей посвящены тысячи статей и десятки монографий. Речь идет о вероятностном пространстве, в котором элементарными событиями являются n -вершинные графы без петель, кратных ребер и ориентации, а мера задается согласно схеме испытаний Бернулли: ребра графа возникают в нем независимо друг от друга с одной и той же вероятностью $p = p(n)$.

Однако многие реальные сети (например, интернет, социальные сети, биологические сети) обладают рядом свойств, которые плохо укладываются в рамки модели Эрдеша – Реньи. Дело в том, что модель эта, во-первых, принципиально статическая и что, во-вторых, имеется ряд эмпирик, которые заведомо присутствуют в реальных сетях и “почти наверное” отсутствуют в графах Эрдеша – Реньи. В частности, реальные сети, как правило, имеют очень маленький диаметр (любые два человека знакомы через “пять рукопожатий”), и степени их вершин подчиняются степенному закону (тогда как у Эрдеша – Реньи это пуассоновское распределение).

Таким образом, возникает необходимость построения альтернативных и более адекватных моделей случайного графа. В работе Е.А. Гречникова рассматривается модель Боллобаша – Риордана случайного графа предпочтительного присоединения. Грубо говоря, при добавлении очередной вершины новые ребра (идущие из этой вершины) возникают с вероятностями, пропорциональными степеням их целей. Это соответствует интуиции роста интернета, каковой данная модель и призвана аппроксимировать.

Модель Боллобаша – Риордана – одна из самых популярных и адекватных. Ей посвящены многочисленные работы ведущих специалистов в области теории случайных графов, а также их приложений в задачах анализа данных в интернете. Поэтому любые новые результаты здесь интересны. В то же время модель устроена значительно сложнее с технической точки зрения, нежели классическая “биномиальная” модель, и это серьезно затрудняет получение упомянутых результатов.

Гречникову удалось добиться существенных продвижений в анализе свойств модели Боллобаша – Риордана. А именно, он сумел вычислить асимптотику математического ожидания числа ребер между вершинами заданных степеней в случайном веб-графе. Во-первых, это яркое и совершенно новое достижение. Во-вторых, как легкое следствие из него, получаются старые результаты Боллобаша о математическом ожидании числа вершин фиксированной степени. В-третьих, этот результат имеет не только большую научную, но и большую прикладную значимость. На его основе удастся строить статистические критерии проверки конкретного множества сайтов в реальном вебе на наличие “неестественного” количества ссылок между ними (накрутки).

Техника, предложенная Гречниковым, является принципиально новой и оригинальной. Нет сомнений, что с ее помощью удастся доказать еще много интересных и важных результатов о случайных графах предпочтительного присоединения.

Хочется отметить, что работа написана лаконично и ясно. Автор ее является самостоятельным серьезным исследователем, и я считаю, что такая работа, безусловно, заслуживает оценки "отлично".

Научный руководитель,
доктор физико-математических наук

А.М. Райгородский