

Эллиптические кривые. Вводный курс.

1. Алгебраические кривые. Вырождения. Дивизоры. Линейные системы. Вложения в проективное пространство. Дифференциалы. Теорема Гурвица. Теорема Римана-Роха. Разрешение особенностей.
2. Эллиптические кривые. Плоские модели. Уравнения. Групповой закон. Замена координат. Инвариантный дифференциал. Дискриминант. j инвариант.
3. Изогении. Точки конечного порядка. Спаривание Вейля. Кольцо эндоморфизмов. Модуль Тейта. Действие группы Галуа.
4. Эллиптические кривые над \mathbb{C} . Решетки. Функции Вейерштрасса. Эллиптические интегралы. Кривые, определённые над \mathbb{R} . Комплексное умножение.
5. Эллиптические кривые над конечным полем. Автоморфизм Фробениуса. Теорема Хассе. Суперсингулярность.
6. Эллиптические кривые над \mathbb{Q}_p . Униформизация Тейта. Редукция по модулю p . Теорема Лутц-Нагеля. Модель Нерона.
7. Эллиптические кривые над \mathbb{Q} . Высота точек. Теорема Морделла. Спаривание Нерона-Тейта. Группы Зельмера и Шафаревича-Тейта.
8. L -функция эллиптической кривой. Гипотеза Бёрча - Суиннертона-Дайера.
9. Многообразие модулей эллиптических кривых. Модулярная группа. Конгруэнц-подгруппы. Параболические вершины.
10. Модулярные формы. Скалярное произведение Петерссона. Ряды Эйзенштейна. Формы веса 2 и дифференциалы.
11. Преобразование Меллина. L -функция модулярной формы. Функциональное уравнение.
12. Операторы Гекке. Теория Аткина-Ленера. Униформизация Вейля. Модулярный символ.
13. Редукция модулярных кривых. Теорема Эйхлера-Шимуры.

Полезно, но не обязательно, чтобы слушатели располагали первоначальными сведениями из алгебраической геометрии и теории Галуа.

Начало занятий 1 октября.