

ПРИМЕРНАЯ ПРОГРАММА ПРЕДЛАГАЕМОГО КУРСА ТОПОЛОГИИ–2

Звездочкой отмечены вопросы, на которые, скорее всего, не хватит времени. Когомологии изучаются параллельно с гомологиями, пока не появляются умножения.

1. Гомологии.
 - 1.1. Подготовительный материал: симплициальные комплексы и симплициальные гомологии. Гомологии графов, гомотопическая инвариантность. Гомологии симплициальных комплексов, инвариантность при барицентрическом подразделении. Действие симплициальных отображений на гомологии.
 - 1.2. Сингулярный комплекс. Гомотопическая инвариантность гомологий. Определение сингулярного комплекса, $\partial^2 = 0$. Смысл нулевых гомологий. Цепная гомотопия, гомотопическая инвариантность сингулярных гомологий.
 - 1.3. Последовательность Майера–Виеториса. Сингулярные цепи, подчиненные покрытию. Теорема Бокштейна. Точность последовательности Майера–Виеториса. Приложения: вычисление гомологий, в том числе сферы.
 - 1.4. Точные гомологические последовательности пары и тройки. *Спектральные последовательности. Относительные гомологии. Точные гомологические последовательности пары и тройки. Поведение при отображениях. Аксиоматическое определение гомологий. Шары разных размерностей не гомотопичны.
 - 1.5. Умножение в когомологиях. Гомотопическая инвариантность. Мультипликативность точных последовательностей.
2. Клеточные комплексы.
 - 2.1. Основные свойства. Определение. Теорема о клеточной аппроксимации. Теорема Борсука и относительных гомологии клеточной пары.
 - 2.2. Клеточные гомологии. $\partial^2 = 0$. Матрица дифференциала через степени отображений. Клеточные гомологии изоморфны сингулярным.
 - 2.3. *Теорема Гуревича.
 - 2.4. Препятствия. Препятствующий коцикл. Теорема о продолжении на следующий остов. Пример: класс Эйлера.
 - 2.5. Теорема Хопфа.
3. Многообразия.
 - 3.1. Старшие гомологии. Гомологическое определение ориентируемости. Старшие гомологии связного многообразия.
 - 3.2. Необходимые сведения из теории Морса. Существование функции Морса (*с доказательством). Лемма Морса. *Теорема о приклеивании ручки. *Многообразие гомотопически эквивалентно клеточному комплексу.
 - 3.3. Двойственность Пуанкаре.
 - 3.4. Индекс пересечения. Степень гладкого отображения равна сумме знаков прообразов регулярного значения. *Произведение классов, двойственных по Пуанкаре к трансверсальным подмногообразиям дополнительной размерности.
 - 3.5. *Умножение в когомологиях многообразий.