

Введение в теорию Морса

С. В. Смирнов

Программа курса

1. Лемма Морса. Функции Морса на многообразии. Индекс критической точки. Примеры морсовских и неморсовских функций.
2. Диффеоморфность подуровневых многообразий $f^{-1}(-\infty, a)$ и $f^{-1}(-\infty, b)$ при отсутствии критических точек в “слое” $f^{-1}[a, b]$.
3. Приклейка клеток и индексы критических точек. Клеточная структура многообразия с заданной функций Морса.
4. Неравенства Морса.
5. Градиентные векторные поля. Комплекс Морса.
6. Цепочка Тоды и топология изоспектрального многообразия матриц Якоби.
7. Функции Морса–Ботта и топология подуровневых многообразий.
8. Примеры функций Морса–Ботта. Гамильтоново действие тора и отображение моментов.
9. Геодезические на римановом многообразии и критические точки функционала действия. Формула первой вариации.
10. Гессиан функционала действия, формула второй вариации, якобиевы векторные поля, сопряженные точки.
11. Теорема об индексе гессиана в терминах числа сопряженных точек.
12. Гомотопический тип полного пространства путей $\Omega(M, p, q)$ на римановом многообразии в терминах индексов геодезических.