

## ПРОГРАММА ЗАЧЕТА

Программа делится на основные вопросы, которые разбирались в лекциях, и супервопросы, которых в лекциях не было (или были без доказательств). Все супервопросы (кроме одного) можно выучить по книге Фоменко и Фукса “Курс гомотопической топологии”; после каждого супервопроса указано, где именно смотреть. Для сдачи зачета необходимо ответить на один или несколько теоретических вопросов по усмотрению преподавателя либо на один супервопрос по собственному выбору.

Вопрос содержит название или формулировку утверждения, которое нужно уметь доказывать. Предполагается, что необходимые определения и вспомогательные утверждения студент сформулирует самостоятельно.

## 1. ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сингулярные гомологии — функтор из гомотопической категории в категорию градуированных модулей. Аналогичная теорема для относительных гомологий.
2. Точность гомологической последовательности пары.
3. Лемма Борсука.
4. Теорема о клеточной аппроксимации.
5. Лемма Фельдбау.
6. Теорема о накрывающей гомотопии для расслоений.
7. Точность гомотопической последовательности пары и расслоения.
8. Теорема Лефшеца.
9. Двойственность Пуанкаре (существование фундаментального класса у многообразия можно не доказывать).
10. Препятствующая коцепь является коциклом.
11. Теорема Хопфа–Уитни.
12.  $n$ -ые когомологии с коэффициентами  $\pi$  взаимно однозначно соответствуют классам гомотопии отображений в  $K(\pi, n)$ .
13. Всякое векторное расслоение индуцировано с тавтологического расслоения на бесконечномерном грассманиане, причем расслоения изоморфны тогда и только тогда, когда индуцирующие отображения гомотопны.

## 2. СУПЕРВОПРОСЫ

1.  $\partial^2 = 0$  в клеточном комплексе [§13, стр. 110].
2. Клеточные гомологии изоморфны сингулярным [§13, стр. 111].
3. Точность последовательности Майера–Виеториса для сингулярных гомологий [§12, стр. 105, упражнения 15 и 16].
4. Теорема Гуревича (можно для клеточных пространств) [§14, стр. 120, и ссылки на §§5, 13 и 11].
5. Степень гладкого отображения равна числу прообразов регулярного значения со знаком (существование регулярного значения доказывать не обязательно) [была в листке 8; см. также §17, стр. 143].
6. Если подмногообразия пересекаются трансверсально, то их пересечение двойственно к произведению классов, двойственных к ним [найдите самостоятельно; стоит посмотреть книгу Ботт, Ту, “Дифференциальные формы в алгебраической топологии”; можно ограничиться подмногообразиями дополнительных размерностей и/или принять без доказательства изоморфизм де Рама].