

## Гомологии (анонс)

- ▷ *Гомологии* являются функтором из категории топологических пространств в категорию градуированных абелевых групп, причем  $H_n(f)$  не меняется при гомотопии отображения  $f$ .

**Задача 1.1.** Гомотопически эквивалентные пространства имеют изоморфные гомологии.

**Задача 1.2.** Для любого пространства  $H(pt)$  является прямым слагаемым в  $H(X)$ .

- ▷ При решении задач можно также пользоваться тем, что  
 $H_0(pt) \cong \mathbb{Z}$  и  $H_n(pt) = 0$  при  $n \neq 0$ ;  
 $H_0(S^m) \cong \mathbb{Z} \cong H_m(S^m)$  и  $H_n(S^m) = 0$  при  $n \neq m, 0$  ( $m > 0$ ).

**Задача 1.3.** Тожественное отображение  $S^n$  в себя не гомотопно постоянному.

**Задача 1.4.** Выведите из того, что  $H_1(S^1 \times S^1) \cong \mathbb{Z}^2$ , то, что не существует ретракции полнотория на его границу.

**Задача 1.5.** Ни у какого отображения  $\pi: S^N \rightarrow S^n$  ( $N \neq n$ ) не существует *сечения* (отображения  $s: S^n \rightarrow S^N$  такого, что  $\pi \circ s = \text{Id}_{S^n}$ ).

**Задача 1.6.** Пространства  $\mathbb{R}^n$  и  $\mathbb{R}^m$  не гомеоморфны при  $n \neq m$ .