

## Классификация поверхностей

**Задача 5.1.** Если из проективной плоскости вырезать диск, получится лента Мёбиуса.

**Задача 5.2.** а) Пространство прямых плоскости гомеоморфно ленте Мёбиуса.

б) Пространство *ориентированных* прямых плоскости гомеоморфно цилиндру.

**Задача 5.3.**  $T^2 \# \mathbb{R}P^2 \cong \mathbb{R}P^2 \# \mathbb{R}P^2 \# \mathbb{R}P^2$ .

- ▷ Любая компактная поверхность без края получается как  $(T^2)^{\#n} \# (\mathbb{R}P^2)^{\#m}$  ( $n, m \geq 0$ ), а единственное соотношение описано в предыдущей задаче.

**Задача 5.4.** а) Как получить тор, склеивая попарно стороны шестиугольника?

б) Как получить сферу с  $g$  ручками (пространство  $(T^2)^{\#g}$ ), склеивая попарно стороны многоугольника?

- ▷ Для любой триангуляции данного пространства выражение  $V - E + F$  принимает одно и то же значение («Эйлерова характеристика пространства»).

**Задача 5.5.** Триангуляция тора имеет не менее 7 вершин.

**Задача 5.6.** а) Найдите конфигурационное пространство пятиугольника с двумя закрепленными вершинами, все ребра которого имеют длину 1.

б\*) Найдите конфигурационное пространство «паука», «лапы» которого закреплены в вершинах правильного  $n$ -угольника радиуса  $2 - \varepsilon$ , а все звенья имеют длину 1.

