

ВЕКТОРНЫЕ РАССЛОЕНИЯ

Задача 2.1. Докажите, что векторное расслоение ранга n тривиально тогда и только тогда, когда оно допускает n линейно независимых сечений.

Задача 2.2. а) Покажите, что на единичной сфере S^{2k+1} нечётной размерности существует всюду ненулевое векторное поле.

б) Покажите, что нормальное расслоение к $S^n \subseteq \mathbb{R}^{n+1}$ тривиально для любого n .

в) Сколько линейно независимых сечений существует на единичной сфере S^7 ?

Ответ: 7.

г) Постройте три¹ линейно независимых сечения на S^{11} .

Задача 2.3. а) Покажите, что если сфера S^n допускает всюду ненулевое векторное поле, то тождественное отображение гомотопно антиподальному отображению.

б) Покажите, что антиподальное отображение чётномерной сферы S^n гомотопно отображению, определяемому формулой $r(x_0, \dots, x_n) = (-x_0, x_1, \dots, x_n)$.

в) Покажите, что сфера S^n не параллелизуема для чётных $n \geq 2$.

¹Из теоремы Адамса следует, что это наибольшее количество линейно независимых векторных полей на S^{11} .