

Отчёт по гранту “Молодая математика России” за 2016 год

Гавриленко Павел

15 декабря 2016 г.

1 Полученные результаты

За первый год была доведена до некоторого результата деятельность, связанная со свободнофермионным описанием изомонодромной задачи. Именно, в статье [2] предьявлена конструкция вертексного оператора, действующего из одного фермионного фоковского модуля в другой. Этот оператор определён аксиоматически двумя свойствами:

1. Он является квазигрупповым элементом фермионной алгебры
2. Его двучастичные матричные элементы выражаются через решение фуковской системы с тремя особыми точками

Далее, стартуя с этого определения доказаны несколько свойств такого оператора:

1. Такой оператор является примарным полем для W -алгебры
2. Вакуумное среднее произведения нескольких таких операторов является изомонодромной тау-функцией
3. Это же вакуумное среднее является детерминантом Фредгольма с ядром, выражающимся через решения трёхточечных линейных систем

Таким образом построено общее примарное поле для W -алгебры, которое, в то же время, участвует в конструкции тау-функции. Это даёт одно из доказательств соответствия между СФТ и изомонодромными деформациям, а также, определение общего веретксного оператора. Кроме того, полученная формула для детерминанта Фредгольма получается далее чисто математическим образом в статье [1].

С статье [1] строится конструкция, которая позволяет “разрезать” многоточечную задачу Римана-Гильберта на трёхточечные, после чего собрать тау-функцию многоточечной задачи в виде детерминанта Фредгольма, построенного из решений трёхточечных. Для того, чтобы сделать это, сначала вводится набор гильбертовых пространств, ассоциироавнных с линиями разреза; после чего вводится набор проекторов, в терминах которых записывается некий оператор (отношение ограничений двух проекторов). Далее доказывается, что детерминант этого оператора удовлетворяет определению тау-функции Джимбо-Мывы-Уэно. После чего показывается, что в правильном базисе этот оператор может быть записан только в терминах трёхточечных проекторов. Кроме этого, показано, что разложение полученного детерминанта в ряд совпадает с выражением, получаемым из конформной теории, что, таким образом, доказывает гипотезу о связи с СФТ без использования самой конформной теории. Ещё в работе рассмотрен частный случай того, как из общего детерминанта получается детерминант со скалярным гипергеометрическим ядром, введённым впервые Бородином и Ольшанским.

2 Опубликованные работы

1. (препринт) P. Gavrylenko, O. Lisovyy, *Fredholm determinant and Nekrasov sum representations of isomonodromic tau functions*, [math-ph/1608.00958]
2. P. Gavrylenko, A. Marshakov, *Free fermions, W-algebras and isomonodromic deformations*, Theor. Math. Phys. 2016, 187:2, 649–677, [hep-th/1605.04554]

3 Доклады на семинарах и конференциях

1. *Painleve functions, conformal blocks and combinatorics II*, 5th String Theory Meeting in the Greater Tokyo Area, (Tokyo, 28 November 2016 - 02 December 2016), <http://indico.ipmu.jp/indico/conferenceDisplay.py?ovw=True&confId=99>
2. *Free-fermions, W-algebras, and higher-rank isomonodromic deformations*, Conformal Field Theory, Isomonodromic tau-functions and Painlevé equations, (Kobe, Japan, 21-25 November, 2016), <https://sites.google.com/site/1611kobe/>
3. *Determinantal formula for the general isomonodromic tau-function.*, Random Geometry and Physics (Paris, 17-21 October 2016), <http://www.th.u-psud.fr/RGP16/>
4. *Nekrasov functions at $\epsilon_1 + \epsilon_2 = 0$ from the Riemann-Hilbert problem*, Classical and quantum integrable systems and supersymmetry (CQISS-2016, Tianjin, 19-24 September 2016), <http://theor.jinr.ru/~cqiss/>
5. *General vertex operator of the W-algebra*, Russian-Japan conference, (Moscow, Russia, 22-28 August), <http://wwwth.itep.ru/mathphys/conf/moscow-2016/>
6. *Free fields, W-algebras and isomonodromic deformations*, Workshop on Classical and Quantum Integrable Systems (CQIS-2016, Saint-Petersburg, 11-15 July 2016), <http://www.pdmi.ras.ru/EIMI/2016/CQIS/>
7. *Isomonodromic deformations and vertex operators*, Seminar of mathematical physics (IPhT, CEA, Saclay, 02 June 2016), http://ipht.cea.fr/Phoce/Vie_des_labos/Seminaires/index.php?id=993137
8. *Fredholm determinant representations for isomonodromic tau functions II*, Seminar of mathematical physics and algebraic topology (Angers, France, 27 May 2016), <http://recherche.math.univ-angers.fr/spip.php?article29&site=56&session=15>
9. *Isomonodromic deformations and vertex operators*, Seminar “Geometry and Mathematical Physics” (Amsterdam, 17 May 2016)

4 Педагогическая деятельность

Совместно с А. Маршаковым и М. Берштейном вёл курс “Теория струн и конформная теория поля” на факультете математики НИУ ВШЭ.