

**Отчёт по гранту
«Молодая математика России»
за 2017 год
Андрей Трепалин**

1. РЕЗУЛЬТАТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ В ЭТОМ ГОДУ

В 2017 году продолжают исследования факторов рациональных поверхностей по конечным группам автоморфизмов над полями характеристики 0. По критерию Кастельнуово для алгебраически замкнутого поля характеристики 0 всякий фактор рациональной поверхности является рациональным. Для алгебраически незамкнутого поля это не так. Таким образом, в первую очередь нас интересуют, какие есть возможности для действия конечных групп на рациональных поверхностях, для которых фактор-поверхность не будет рациональна.

Применяя программу минимальных моделей, получаем, что для размерности 2 всякий фактор геометрически рациональной поверхности по конечной группе является, либо фактором по этой группе минимального расслоения на коники над проективной прямой, либо фактором по этой группе минимальной гладкой поверхности дель Пеццо (поверхности, для которой антиканонический класс очень обилен). Текущие исследования позволяют получить полную классификацию случаев минимального действия группы на рациональной поверхности, для которого фактор не является рациональным.

В этом году основным объектом исследования являлись поверхности дель Пеццо степени 2. В этом случае фактор поверхности может быть нерациональным для довольно большого списка групп: тривиальная группа, группа порядка 2 (два случая), группа порядка 3, циклическая группа порядка 4 (два случая), абелева нециклическая группа порядка 4, симметрическая группа степени 3, диэдральная группа порядка 8, неабелева группа Q_8 порядка 8 (два случая). Такое большое разнообразие случаев связано с тем, что для одной из групп порядка 2, фактор бирационально эквивалентен *поверхности Исковских* — специфического расслоения на коники с 4 вырожденными слоями и двумя выделенными сечениями с индексом самопересечения -2 , которое также может быть получено как фактор произведения проективной прямой на эллиптическую кривую по естественной инволюции. Изогении на эллиптической кривой продолжают до «рациональных накрытий» соответствующей поверхности Исковских.

В итоге для всех групп, содержащих соответствующую подгруппу порядка 2, построены всевозможные примеры рациональных и нерациональных факторов рациональных и нерациональных минимальных поверхностей дель Пеццо степени 2. Для другой группы порядка 2 показано, что в случае минимальности и поверхность, и фактор являются нерациональными. Соответствующие результаты представлены в препринте «Quotients of del Pezzo surfaces of degree 2», поданном для публикации в Moscow Mathematical Journal.

Остаётся не исследованным до конца лишь случай факторов поверхностей дель Пеццо степени 1. В этом случае возникает 5 групп, по которым фактор может не быть рациональным. При этом для тривиальной группы и группы порядка 2 и поверхность, и её фактор являются нерациональными в случае минимального действия (для группы порядка 2 соответствующие рассуждения приведены в препринте

«Quotients of del Pezzo surfaces of degree 2»). Остаётся три группы (две порядка 3 и одна циклическая группа порядка 6), для которых в следующем году планируется построить всевозможные примеры рациональных/нерациональных факторов рациональных/нерациональных поверхностей в тех случаях, когда это возможно, и показать, что какие-то из этих примеров не могут быть построены.

2. ОПУБЛИКОВАННЫЕ И ПОДАННЫЕ В ПЕЧАТЬ РАБОТЫ

A. Trepalin, Quotients of del Pezzo surfaces of high degree, Препринт, доступен по адресу <http://arxiv.org/abs/1312.6904>, статья принята к публикации в журнал Transactions of the American Mathematical Society, в ближайшие недели будет доступна электронная версия публикации

A. Trepalin, Quotients of del Pezzo surfaces of degree 2, Препринт, доступен по адресу <https://arxiv.org/abs/1709.02006>

3. УЧАСТИЕ В КОНФЕРЕНЦИЯХ И ШКОЛАХ

Международная конференция «Бирациональная геометрия в положительной характеристике», 3–7 апреля, Москва, Россия, 2017. (Доклад «Поверхности дель Пеццо над конечными полями»)

Конференция «Arithmetic, Geometry, Cryptography and Coding Theory», 19–23 июня, Марсель, Франция, 2017. (Доклад «Поверхности дель Пеццо над конечными полями»)

Шестая школа-конференция по алгебраической геометрии и комплексному анализу для молодых математиков России, Коряжма, Архангельская область, Россия, 25–30 августа, 2017. Организатор. (Доклад «Факторы поверхностей дель Пеццо.»)

4. РАБОТА В НАУЧНЫХ ЦЕНТРАХ И МЕЖДУНАРОДНЫХ ГРУППАХ

В международных группах не работал. Помимо работы в ИППИ и ЛАГ ВШЭ принимал активное участие в семинаре отдела алгебре и отдела алгебраической геометрии (семинаре И.Р. Шафаревича) и семинаре им. В.А. Исковских в МИАН им. Стеклова.

5. ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ

С 3 по 10 января преподавал на сборах команды Республики Дагестан для подготовки к третьему туру Всероссийской Олимпиады Школьников по Математике. По итогам третьего тура пять школьников из Республики Дагестан прошли в заключительный этап Всероссийской Олимпиады Школьников по Математике.

С 8 по 15 февраля организовывал проведение заключительного этапа олимпиады «Высшая проба» в городе Воронеже.

С 17 по 21 апреля принимал участие в школе-конференции «Алгебра и теория чисел в Калининграде». Было прочитано две лекции по теме «Геометрия алгебраических поверхностей».