

Отчет лауреата конкурса «Молодая математика России» за 2018 год и за весь срок получения стипендии

Егор Ясинский

Проект был посвящен изучению групп бирациональных автоморфизмов алгебраических многообразий. Эти группы представляют большой интерес уже для простейших алгебраических многообразий – проективных пространств. Группа бирациональных автоморфизмов проективной плоскости $\mathbb{P}_{\mathbb{K}}^2$ над полем \mathbb{K} называется плоской **группой Кремоны** $\text{Cr}_2(\mathbb{K})$. В данном проекте большое внимание уделялось изучению конечных подгрупп в плоских группах Кремоны над полями комплексных и вещественных чисел. Более точно, мы занимались классификацией конечных подгрупп с точностью до сопряженности. Изначально было ясно, что проблема классификации над полем вещественных чисел сложнее, чем над полем комплексных. Например, один класс сопряженности автоморфизмов над полем комплексных чисел может распадаться на бесконечное число классов сопряженности над полем вещественных. В то же время, описание групп \mathbb{K} -автоморфизмов \mathbb{K} -рациональных поверхностей (к изучению которых, по сути, сводится наша задача) классически известно только для случая $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, а в случае $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ автору приходилось самостоятельно разрабатывать соответствующую технику. Наличие подобных трудностей не позволило нам получить *полную* классификацию, как это было сделано ранее И. В. Долгачевым и В. А. Исковских для поля комплексных чисел. Тем не менее, нами была получена весьма существенная часть классификации конечных подгрупп в группе $\text{Cr}_2(\mathbb{R})$ (в основном относящаяся к случаю поверхностей дель Пеццо: см. отчеты за прошедшие годы). По результатам данного исследования автором была защищена кандидатская диссертация [1]. Готовится к выходу препринт [3].

Кроме того, в 2018 году автором, совместно с другим лауреатом конкурса Никоном Курносовым, были получены новые результаты, относящиеся к группам бирегулярных и бирациональных автоморфизмов гиперкэлеровых многообразий [2]. Хотя гиперкэлеровы многообразия очень «далеки» от проективных пространств, их группы автоморфизмов также представляют огромный интерес. Напомним, что **гиперкэлерово многообразие** — это компактное односвязное кэлерово многообразие M , обладающее нигде не вырожденной голоморфной 2-формой ω с $H^0(M, \Omega_M^2) = \mathbb{C}\omega$. Ввиду теоремы Бовиля-Богомолова, эти многообразия играют очень важную роль в классификации компактных кэлеровых многообразий с тривиальным классом Черна. Двумерные гиперкэлеровы многообразия — это просто К3-поверхности. Около 10 лет назад К. Огизо поставил

следующий вопрос: верно ли, что группы бирациональных и бирегулярных автоморфизмов гиперкэлеровых многообразий конечно порождены? Для непроективных многообразий вопрос был положительно решен Огизо. Для группы бирациональных автоморфизмов проективных гиперкэлеровых многообразий доказательство было получено Буазье и Сарти. Для групп бирегулярных автоморфизмов проективных гиперкэлеровых многообразий этот вопрос оставался открытым вплоть до 2018 года. Положительный ответ был дан Катанео и Фу. Все эти доказательства имели разную природу. В препринте [2] мы предложили более единообразный взгляд на эти группы и доказали о них нечто гораздо более сильное. Именно, было доказано, что для проективных гиперкэлеровых многообразий группы их бирегулярных и бирациональных автоморфизмов являются $\text{CAT}(0)$ -группами. Это означает, что они действуют вполне разрывно и кокомпактно изометриями на некотором метрическом пространстве неположительной кривизны. Такой подход позволяет получить единое доказательство многих интересных свойств групп автоморфизмов гиперкэлеровых многообразий (например, сильную альтернативу Титса, некоторые динамические свойства, конечность классов сопряженности конечных подгрупп и пр.).

Доклады на конференциях и семинарах

- «Finite groups of birational automorphisms», ASGAR Math 2018: Real algebraic geometry and tropical mathematics, Oslo, Norway, May 2-4
- «Birational automorphisms of algebraic surfaces over the real and complex numbers», Moscow-St. Petersburg algebraic geometry symposium for young mathematicians, St. Petersburg, May 10-11
- «Hyperkähler manifolds and non-positively curved groups», Basel-Dijon-EPFL meeting, Dijon, France, October 10-11
- «On recent progress in classification of finite subgroups of the real plane Cremona group», Journées réelles du CHL, Angers, France, December 3-4

Участие в школах и конференциях (помимо обозначенных выше)

- 7th swiss-french workshop in Algebraic Geometry , Charmey, Switzerland, January 8-12
- Subgroups of Cremona Groups, Oberwolfach, Germany, June 17-23
- ICM 2018, Rio de Janeiro, Brazil, August 1-9
- Groups of Birational Transformations, Rennes, France, November 26-30

Публикации

- [1] Е. А. Ясинский, «Конечные подгруппы в группе Кремоны над полем вещественных и комплексных чисел», [диссертация](#) на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Москва 2018.
- [2] Automorphisms of hyperkahler manifolds and groups acting on CAT(0) spaces (joint with Nikon Kurnosov), <https://arxiv.org/abs/1810.09730>
- [3] Automorphisms of real del Pezzo surfaces and the real plane Cremona group, готовится к выходу.