

Отчет о научной деятельности по гранту
"Молодая Математика России"
за 2020 год
Лавров ¹ Алексей Николаевич

1. Результаты

- В работе [1] открыта новая бесконечная серия компонент схем модулей Гизекера-Маруямы $\mathcal{M}(k)$, $k \geq 3$ полустабильных когерентных пучков ранга 2 на \mathbb{P}^3 с классами Черна $c_1 = 0$, $c_2 = k$, $c_3 = 0$. Способ построения компонент основан на применении техники элементарных преобразований. Более точно, компоненты новой серии строятся с помощью элементарных преобразований рефлексивных стабильных и собственно μ -полустабильных пучков ранга 2 вдоль дизъюнктного объединения конечного набора точек в \mathbb{P}^3 и гладкой связной кривой, являющейся либо полным пересечением, либо рациональной кривой. В силу конструкции, особенности общих пучков компонент построенной серии имеют смешанную размерность. Заметим, что особый интерес представляет полное перечисление всех компонент схем $\mathcal{M}(k)$ при малых k . Например, точное количество компонент схемы $\mathcal{M}(3)$ до сих пор неизвестно. Стоит отметить, что построенная новая серия содержит компоненту схемы $\mathcal{M}(3)$ размерности 21 неизвестную ранее, таким образом число компонент схемы $\mathcal{M}(3)$ не меньше 11.
- В работе [2] описана новая компонента схемы модулей $\mathcal{M}(14)$, которая является всюду неприведенной. Эта компонента является первым примером всюду неприведенной компоненты схем модулей Гизекера-Маруямы $\mathcal{M}(k)$, $k \geq 1$. Построение компоненты основано на вычислениях из работы [1], а именно, общий пучок компоненты является элементарным преобразованием тривиального пучка ранга 2 вдоль кривой степени 14 и рода 24, лежащей на кубической поверхности в \mathbb{P}^3 . Идея доказательства неприведенности новой компоненты состоит в следующем. Как впервые показал Д. Мамфорд, кривые с указанными свойствами образуют неприведенную в общей точке компоненту схемы Гильберты кривых в \mathbb{P}^3 . Поскольку новая компонента схемы $\mathcal{M}(14)$, в некотором смысле, расслаивается над компонентой Мамфорда, то это наводит на мысль, что новая компонента также наследует свойство неприведенности в общей точке. Более строгое рассуждение требует изучения отображения препятствий для деформаций стабильных пучков, принадлежащих новой компоненте. Оказывается, что существуют деформации кривых Мамфорда с препятствиями во втором порядке. Можно показать, что подобные деформации индуцируют деформации стабильных пучков, которые будут также иметь препятствия во втором порядке. Таким образом, соответствующее отображение препятствий оказывается ненулевым, что подразумевает неприведенность построенной компоненты.

2. Статьи

- [1] А. Н. Иванов, "Новая бесконечная серия компонент модулей полустабильных пучков ранга 2 на \mathbb{P}^3 с особенностями смешанной размерности", Матем. сб., 211:7 (2020), 72–92.
[2] A. Lavrov, A new non-reduced moduli component of rank 2 semistable sheaves on \mathbb{P}^3 , arXiv:2012.05611.

3. Доклады на конференциях и семинарах

- The conference "Monodromy and Hypergeometric Functions" (February 17 – 21, Istanbul, 2020), the talk: "Feynman integrals and mirror symmetry"
- Семинар Лаборатории алгебраической геометрии и её приложений (6 ноября), доклад: "New moduli components of rank 2 semistable sheaves on \mathbb{P}^3 "

¹Автор изменил фамилию с Иванов на Лавров