

Краткое изложение заявки (Хакимова Айгуль Ринатовна).

1. Проведенные исследования.

В наших работах, написанных совместно с М.Н. Кузнецовой и с моим научным руководителем И.Т. Хабибуллиным, были разработаны новые методы построения пар Лакса и операторов рекурсии для нелинейных интегрируемых уравнений. Эти методы основаны на некотором обобщении известного понятия инвариантного многообразия. Пары Лакса и операторы рекурсии являются хорошими инструментами исследования интегрируемых уравнений. Они позволяют находить интегралы движения, высшие симметрии, точные и асимптотические решения и т.д.

Обобщенным инвариантным многообразием (ОИМ) для заданного нелинейного дифференциального уравнения в частных производных мы называем обыкновенное дифференциальное уравнение, совместное с линеаризацией исходного нелинейного уравнения на произвольном решении этого уравнения. ОИМ позволяет строить пары Лакса и операторы рекурсии. Пара составленная из линеаризованного уравнения и ОИМ определяют некоторую пару Лакса, не обязательно линейную, которая при помощи подходящей замены переменных сводится к обычной паре Лакса. А оператор рекурсии выводится из обобщенного инвариантного многообразия путем простых преобразований.

Следует отметить, что не всякое ОИМ подходит для построения пары Лакса и оператора рекурсии. Отличительной чертой подходящих ОИМ является наличие не удаляемого постоянного параметра.

Изложенными выше методами были построены новые пары Лакса и операторы рекурсии для двух уравнений типа КдФ из списка С.И. Свинолупова и В.В. Соколова и одной дифференциально-разностной системы, соответствующей аффинной алгебре Ли.

Метод построения оператора рекурсии апробирован на достаточно сложных уравнениях, таких как уравнение Кричевера-Новикова, Каупа-Купершмидта и не-автономное дифференциально-разностное уравнение типа релятивистской цепочки Тоды.

Другое приложение обобщенных инвариантных многообразий обсуждается в нашей недавней, совместной с научным руководителем, работе. В ней, на примере цепочки Вольтерра, мы показали, что обобщенное инвариантное многообразие можно использовать и для построения точных частных решений. Для этого сначала мы находим обобщенное инвариантное многообразие, зависящее от двух постоянных параметров. Затем предполагаем, что это ОИМ имеет решение, полиномиально зависящее от одного из спектральных параметров, и выводим обыкновенные разностные и дифференциальные уравнения для корней полиномов. Эффективность метода подтверждена несколькими наглядными примерами.

2. Проект будущих исследований.

В настоящее время методы построения пар Лакса и операторов рекурсии при помощи ОИМ для нелинейных интегрируемых уравнений применены к уравнениям и системам уравнений малого порядка. В дальнейшем планируется обобщить эти методы на случай уравнений высокого порядка, уравнений имеющих физические приложения, такие как уравнение Буссинеска и нелинейное уравнение Шредингера. Для этих уравнений планируется построить ОИМ и нелинейные пары Лакса. Планируется исследовать возможность применения к этим уравнениям метода построения точных частных решений при помощи обобщенных инвариантных многообразий.