

Краткое изложение заявки

Пучкин Никита Андреевич

Рассмотрена задача оценки гладкого многообразия по неточным наблюдениям. Дана простая выборка $\mathbb{Y}_n = (Y_1, \dots, Y_n)$ многомерных наблюдений, сгенерированных из модели

$$Y = X + \varepsilon, \quad (1)$$

где $X \in \mathbb{R}^D$ – точка на гладком многообразии \mathcal{M}^* размерности $d \ll D$, $\varepsilon \in \mathbb{R}^D$ – случайный многомерный шум с нулевым средним. Задача состоит в восстановлении многообразия \mathcal{M}^* и проекций точек Y_1, \dots, Y_n на него. Предполагается, что шум, ограниченный, его амплитуда не превосходит некоторой константы M , а величина тангенциальной компоненты гораздо меньше величины нормальной компоненты (близкий к ортогональному шуму).

Были проведены следующие исследования:

- предложен новый алгоритм в задаче оценки гладкого многообразия;
- получены новые верхние оценки на точность восстановления ненаблюдаемых векторов X_1, \dots, X_n в терминах евклидова расстояния и на точность восстановления многообразия \mathcal{M}^* в терминах метрики Хаусдорфа;
- получена новая информационно-теоретическая нижняя оценка на точность восстановления многообразия \mathcal{M}^* в терминах расстояния Хаусдорфа при шуме, близком к ортогональному.

Проект будущих исследований включает в себя:

- разработку и теоретический анализ алгоритма восстановления многообразия \mathcal{M}^* , способного адаптироваться к неизвестной размерности \mathcal{M}^* ;
- получение новой информационно-теоретической нижней оценки на точность восстановления многообразия \mathcal{M}^* в терминах метрики Хаусдорфа при строго ортогональном шуме;
- обобщение модели (1) на случай временного ряда, анализ свойств минимизатора эмпирического риска $\widehat{\mathcal{M}} \in \operatorname{argmin}_{\mathcal{M} \in \mathcal{M}_\varepsilon^d} \sum_{t=1}^n d^2(Y_t, \mathcal{M})$, где $\mathcal{M}_\varepsilon^d$ – некоторый класс гладких многообразий, в случаях, когда X_1, \dots, X_n является эргодической и неэргодической марковской цепью.