

## КРАТНОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ЗАЯВКИ, А. В. ПОПОВ

Известно, что между алгебрами Ли и йордановыми алгебрами имеются многочисленные связи. Настоящий проект посвящен изучению связей между тождествами алгебр Ли и йордановых алгебр.

Ранее в проведенных исследованиях изучалось многообразие йордановых алгебр  $\mathcal{V}_J$ , удовлетворяющих тождествам  $x^2yx \equiv 0$  и  $(x_1y_1)(x_2y_2)(x_3y_3) \equiv 0$ . На основе функтора Кантора был определен функтор  $J$ , позволяющий любой алгебре Ли  $L$  сопоставить йорданову алгебру  $J(L)$  из многообразия  $\mathcal{V}_J$ . Были описаны все тождества, выполняющиеся в алгебре  $J(L)$ , и показано, что все они являются “йордановыми образами” тождеств, выполненных в алгебре  $L$ . Следствием данного факта является то, что можно определить функтор  $\mathcal{J}$ , сопоставляющий любому многообразию алгебр Ли некоторое подмногообразие в многообразии  $\mathcal{V}_J$ .

В продолжении исследования многообразия  $\mathcal{V}_J$  было обнаружено, что оно обладает важным структурным свойством, которое позволяет сводить многие вопросы, связанные с произвольным многообразием разрешимых йордановых алгебр  $\mathcal{V}$ , к изучению его подмногообразия  $\mathcal{V} \cap \mathcal{V}_J$ . В частности, это позволило доказать йорданов аналог теоремы Нагата-Хигмана: всякая йорданова ниль-алгебра ограниченного индекса, удовлетворяющая стандартному тождеству, нильпотентна.

При доказательстве этой теоремы было показано, что стандартное тождество, выполненное в многообразии  $\mathcal{W} \subset \mathcal{V}_J$ , является “йордановым образом” тождества энгелевости. Это позволило перенести известный результат Зельманова Е. И. о нильпотентности энгелевых алгебр Ли в многообразии  $\mathcal{W}$ . Вместе с ранее озвученным структурным свойством многообразия  $\mathcal{V}_J$  это позволило получить общий вывод для произвольных многообразий разрешимых йордановых алгебр.

Данный результат демонстрирует как можно переносить известные факты о многообразиях алгебр Ли в йорданов случай.

В планируемом исследовании выделяется пять взаимосвязанных направлений:

- **Исследование свободной йордановой алгебры над полем нулевой характеристики.**

В данном направлении планируется применить структурные свойства многообразия  $\mathcal{V}_J$  к исследованию многообразия всех йордановых алгебр. Основными движущими вопросами данного направления исследований является описание базиса свободной йордановой алгебры как пространства и характеров однородных компонент свободной йордановой алгебры конечного ранга, рассматриваемой как  $GL_n$ -модуль.

- **Дальнейшее исследование подмногообразий  $\mathcal{V}_J$ .**

В данном направлении исследований планируется изучение других видов подмногообразий  $\mathcal{V} \subset \mathcal{V}_J$  помимо многообразий  $\mathcal{J}(\mathcal{L})$ . В частности, требуется построить некоторый более общий чем  $\{\mathcal{J}(\mathcal{L})\}$  класс подмногообразий, который бы позволял с одной стороны “хорошо аппроксимировать” произвольные многообразия  $\mathcal{V} \subset \mathcal{V}_J$ , а с другой был бы также “хорошо” связан с многообразиями алгебр Ли.

- **Обобщения многообразия  $\mathcal{V}_J$  и проблема  $s$ -тождеств.**

Имеются различные варианты обобщений многообразия  $\mathcal{V}_J$ , которые оказываются уже связанными не с многообразиями алгебр Ли, а с многообразиями алгебр Пуассона и лиево-йордановыми алгебрами. Все эти многообразия удовлетворяют  $s$ -тождествам, — тождествам выполненным во всех специальных йордановых алгебрах. В настоящий момент известны только некоторые из таких тождеств, полного их описания не известно.

В данном направлении планируется исследование связи  $s$ -тождеств с тождествами алгебр Пуассона и лиево-йордановых алгебр.

- **Проблема Шпехта в многообразиях разрешимых йордановых алгебр.**

Из ранее полученных результатов следует, что если многообразии  $\mathcal{L}$  алгебр Ли обладает конечным (бесконечным) базисом тождеств, то же самое верно и для многообразия  $\mathcal{J}(\mathcal{L})$ . Основной вопрос данного направления исследований: в какой степени вопрос о шпехтовости произвольного многообразия  $\mathcal{V}$  разрешимых йордановых алгебр может быть сведен к вопросу о шпехтовости некоторого многообразия алгебр Ли? Для этого планируется показать, что из шпехтовости многообразия  $\mathcal{L}$  следует шпехтовость многообразия  $\mathcal{J}(\mathcal{L})$ , а из шпехтовости многообразия  $\mathcal{V} \cap \mathcal{V}_J$  следует шпехтовость многообразия  $\mathcal{V}$ .

- **Числовые характеристики многообразий разрешимых йордановых алгебр.**

С применением свойств многообразия  $\mathcal{V}_J$  уже доказаны некоторые результаты, позволяющие характеризовать рост многообразий разрешимых йордановых алгебр. В данном направлении планируется уточнение ранее полученных результатов и доказательство некоторых гипотез.

В частности, планируется проверить следующую гипотезу: многообразие разрешимых индекса 2 йордановых алгебр является единственным многообразием почти полиномиального роста среди многообразий йордановых разрешимых алгебр.