

КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ЗАЯВКИ
СТАНИСЛАВ ВАЛЕРЬЕВИЧ ШАПОШНИКОВ

Из обширной программы исследований аналитических свойств диффузионных процессов отметим следующие три направления: 1) исследование регулярности переходных вероятностей и стационарных распределений диффузионных процессов при минимальных предположениях о гладкости коэффициентов, 2) оценки расстояний между распределениями диффузионных процессов и их применение к нелинейным уравнениям Фоккера–Планка–Колмогорова, 3) исследование связей между диффузионными процессами и уравнениями с частными производными, в частности обоснование принципа суперпозиции и исследование единственности решений уравнений Фоккера–Планка–Колмогорова в классах вероятностных мер. Исследованию каждого из этих направлений в последние годы посвящено большое число работ, среди которых отметим статьи П.Лионса, А.Фигалли, С.Виллани, Н.В.Крылова, М.Рёкнера. Начиная с фундаментальной работы А.Н.Колмогорова «Об аналитических методах теории вероятностей» исследование диффузионных процессов (особенно в случае негладких и вырожденных коэффициентов) сводится к изучению специальных классов решений уравнений Фоккера–Планка–Колмогорова. В последние годы совместно с В.И.Богачевым и М.Рёкнером получены следующие результаты. Доказано неравенство Харнака для решений стационарного уравнения Колмогорова в случае, когда матрица диффузии удовлетворяет условию Дини, а коэффициент сноса ограничен. При широких условиях на матрицу диффузии и коэффициент сноса установлена экспоненциальная сходимости по полной вариации к стационарному распределению решений нелинейных уравнений Фоккера–Планка–Колмогорова. Получено обоснование принципа суперпозиции для вероятностных решений уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова без предположения о глобальной интегрируемости коэффициентов, что значительно обобщает недавние результаты А.Фигалли и Д.Тревизана. Обобщению и развитию перечисленных результатов посвящен настоящий проект. Планируется обобщить неравенство Харнака для решений стационарного уравнения Колмогорова на случай неограниченного коэффициента сноса. При аналогичных условиях получить неравенство Харнака для параболического уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова. Планируется получить результаты о сходимости к стационарному решению решений уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова с нелинейностью смешанного вида, когда допускается зависимость коэффициентов уравнения от значения плотности решения. Интересным модельным примером является уравнение Бозе–Эйнштейна. Нелинейные стохастические уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова исследованы мало и лишь при очень сильных предположениях о гладкости коэффициентов. Планируется получить оценки расстояний между решениями стохастических уравнений Фоккера–Планка–Колмогорова и затем построить теорию нелинейных стохастических уравнений Фоккера–Планка–Колмогорова, в частности получить результаты о существовании, единственности и сходимости к стационарному решению. Не смотря на недавние весьма общие результаты о выполнении принципа суперпозиции для вероятностных решений уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова, остается несколько важных открытых вопросов, среди которых отметим перенос принципа суперпозиции на бесконечномерный случай и обоснование принципа суперпозиции в случае уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова с потенциальным слагаемым.