

Краткое изложение заявки

Белоусов Юрий Станиславович

Меандр — это незамкнутая кривая на плоскости, которая пересекает данную прямую трансверсально в конечном числе точек. Два меандра m_1 и m_2 называются эквивалентными, если найдется отображение f плоскости, изотопное тождественному, такое, что $f(m_1) = m_2$.

Имеется глубокая связь меандров с алгебрами Темперли—Либа, с моделями статистической физики, а также с пространствами модулей комплексных кривых. Теория меандров в последнее время бурно развивается: предложены различные подходы к подсчету меандров и исследованию асимптотического поведения их числа. Кроме того, в недавней работе [DGZZ20] была получена явная асимптотика для числа меандров с фиксированным числом минимальных дуг.

Несмотря на высокий интерес к этой области, центральные вопросы — о количестве меандров с заданным числом пересечений, а также об асимптотическом поведении этих чисел — остаются открытыми. В ходе недавних исследований нами было обнаружено новое геометрическое разложение меандров на неприводимые компоненты: оно получается при выделении на плоскости специальной системы дисков, края которых пересекают и меандр, и заданную прямую в двух точках. Данное разложение позволяет ввести структуру операды на множестве меандров. С этой точки зрения меандр представляет собой результат склейки по древовидной структуре простейших компонент (неприводимых меандров). Единственность разложения позволяет выразить количество меандров с фиксированным числом пересечений через число неприводимых меандров с меньшим числом пересечений.

В рамках настоящего проекта мы ставим перед собой цель развить этот геометрический подход к перечислению меандров: исследовать свойства нового разложения, а также изучить простейшие структурные блоки — неприводимые меандры. Особый интерес представляет исследование доли числа неприводимых меандров среди всех меандров с фиксированным числом минимальных дуг. В недавней работе [BM21] А. В. Малютин и автора было доказано, что доля числа неприводимых меандров среди всех меандров с заданным числом пересечений стремится к нулю, но если рассмотреть меандры с фиксированным числом простых дуг, то мы ожидаем, что доля уже не будет нулевой. Другой вопрос, по которому планируется проводить исследования в рамках данного проекта, — изучить возможность разложений меандров более высокого уровня, а именно: рассматривать диски, края которых пересекаются с меандром более сложным образом.

Список литературы

- [BM21] Y. Belousov, A. Malyutin, On ergodic meander growth rate, arXiv:2107.06837, 2021.
- [DGZZ20] V. Delecroix, E. Goujard, P. Zograf, A. Zorich, Enumeration of meanders and Masur-Veech volumes, Forum of Mathematics, Pi, Vol. 8, e4, (2020).