

Краткое изложение заявки (Summary).

ФИО участника: Гарманова Татьяна Алексеевна

Название проекта: Константы вложения в пространствах Соболева, специальные функции

Оценки производных функций в различных нормированных пространствах представляют интерес для теории функций, качественной теории дифференциальных уравнений, функционального анализа. Достаточно много работ посвящено этой проблематике в различных классах Соболева.

Для пространств $\dot{W}_p^n[0, 1]$ и $\dot{W}_q^k[0, 1]$ константа вложения $\Lambda_{n,k,p,q}$ определяется как норма оператора вложения $J : \dot{W}_p^n[0, 1] \rightarrow \dot{W}_q^k[0, 1]$ ($0 \leq k \leq n - 1$, $p, q \geq 1$).

Отдельный важный случай $q = \infty$ приводит к задаче о нахождении наименьших возможных величин в неравенствах вида

$$|f^{(k)}(x)| \leq A_{n,k,p,\infty}(x) \|f^{(n)}\|_{L_p[0,1]}.$$

Глобальный максимум функции $A_{n,k,p,\infty}(x)$ на отрезке $[0, 1]$ совпадает с нормой оператора вложения $J : \dot{W}_p^n[0, 1] \rightarrow \dot{W}_\infty^k[0, 1]$ и равен константе вложения

$$\Lambda_{n,k,p,\infty} := \max_{x \in [0,1]} A_{n,k,p,\infty}(x).$$

На данный момент, для случая $p = 2$, $q = \infty$ найдены константы вложения для случая любых n и четных k . В случае нечетных k получены двусторонние сходящиеся оценки для констант вложения. Доказана симметричность экстремали задачи в случае любых n и четных k и отсутствие симметричности экстремали в случае любых n и нечетных k .

В дальнейшем планируется изучение констант $\Lambda_{n,k,p,\infty}$ в случае произвольного $p \geq 1$, получение их асимптотик при $n \rightarrow \infty$ или точных значений.

Планируется исследовать следующую гипотезу: ожидается, что в случае четных k экстремаль является четной функцией, а в случае нечетных k экстремаль не обладает симметрией.

Также планируется изучить связь между константами $\Lambda_{n,k,p,q}$ и $\Lambda_{n,k,q',p'}$, где $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{q} + \frac{1}{q'} = 1$.