

Краткое изложение заявки

ФИО участника: **Жуйков Константин Николаевич**.

Название проекта: **Эта-инварианты, ассоциированные с действиями групп, и их приложения к задачам об индексе.**

Ключевые слова: *эллиптический оператор, оператор со сдвигами, оператор с периодическими коэффициентами, эта-инвариант, индекс.*

Проведённые исследования. На гладком замкнутом многообразии рассматривается семейство операторов вида линейной комбинации псевдодифференциальных операторов (ПДО) с параметром с периодическими коэффициентами. Такие семейства возникают при исследовании нелокальных эллиптических задач на многообразиях с изолированными особенностями и/или с цилиндрическими концами. Задача состоит в построении η -инварианта для обратимых семейств и установлении его свойства. Мы следуем подходу Мельроуза и рассматриваем η -инвариант как обобщение числа вращения, равного регуляризованному интегралу от регуляризованного следа логарифмической производной семейства. Основным техническим результатом является тот факт, что оператор разностного дифференцирования осуществляет изоморфизм между пространствами функций с конормальной асимптотикой на бесконечности, что и позволяет определить регуляризованный след. Поскольку полученный регуляризованный след может возрасти на бесконечности, также вводится регуляризация для интеграла. Далее устанавливаются основные свойства η -инварианта: η -инвариант удовлетворяет логарифмическому свойству, а также является обобщением η -инварианта Мельроуза, т.е. совпадает с последним в случае обычных ПДО с параметром. Наконец, предъявляется формула для вариации η -инварианта при изменении семейства.

Далее мы определяем η -инвариант для периодических ПДО на прямой и устанавливаем их основные свойства. В частности, доказано, что η -инвариант обладает логарифмическим свойством, и получена формула для производной η -инварианта семейства операторов по параметру. Кроме того, мы устанавливаем формулу индекса для эллиптических ПДО на вещественной прямой, периодических на бесконечности. Наша формула индекса включает три слагаемых: η -инварианты предельных операторов на плюс и минус бесконечности и регуляризацию стандартного интеграла Атьи–Зингера внутреннего символа оператора.

Проект будущих исследований. В первый год проекта планируется приложение η -инварианта к задаче об индексе нелокальных операторов со сдвигами на бесконечном двумерном цилиндре. Предполагается получить аналог формулы индекса для эллиптических операторов двумерном многообразии с конической точкой (Федосов, Шульце, Тарханов). Принципиальным моментом исследования является определение вклада субглавного символа оператора в формулу индекса. Вклад в индекс от внутренней части цилиндра даётся в рамках подхода некоммутативной геометрии Конна.

Во второй год проекта планируется дать обобщение периодического η -инварианта, определённого для операторов первого порядка на многообразии с периодическими концами (Мровка, Руберман, Савельев), на случай операторов произвольного порядка и исследовать его свойства. Также планируется предъявить соответствующую формулу индекса, по крайней мере, на двумерном многообразии с цилиндрическими концами. Формула индекса будет содержать вклад типа Атьи–Зингера на основании многообразия и η -инвариант, отражающий вклад бесконечности. Важным примером здесь является класс двумерных операторов Шрёдингера с потенциалами, периодическими на бесконечности.

В третий год проекта планируется обобщение полученных ранее результатов на случай многообразий с краем. В частности, открытой является задача для эллиптических операторов со сдвигами даже на конечном отрезке. Важную роль в решении будет играть выбор алгебры ПДО с параметром на многообразии с краем.

Преподавательский опыт и педагогические планы. Имею большой преподавательский опыт ведения семинарских занятий по таким дисциплинам, как линейная алгебра и аналитическая геометрия, математический анализ, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, комплексный анализ, методы оптимизации. В данный момент занимаю должность ассистента Математического института РУДН. В дальнейшем планируется проведение специальных семинаров по алгебраической топологии и топологическим методам в эллиптической теории под руководством д.ф.-м.н. А.Ю.Савина.