

Исследование связи между инвариантами дельта-матроидов и кластерными алгебрами

Некоторые инварианты графов допускают естественное распространение на вложенные графы. В первую очередь, нас интересуют инварианты графов, связанные с инвариантами узлов и происходящие из весовых систем на хордовых диаграммах. В этом случае инварианты вложенных графов представляют собой весовые системы, отвечающие инвариантам зацеплений.

Эффективные способы распространения инвариантов графов на вложенные графы основываются на использовании структур алгебр Хопфа на различных пространствах - графов, хордовых диаграмм по модулю 4-членных соотношений, и дельта-матроидов; последние являются комбинаторными структурами, заменяющими, в случае вложенных графов, графы пересечений хордовых диаграмм.

Многу получен ряд результатов о таких инвариантах [7, 6, 1, 2].

С другой стороны, теория кластерных алгебр [3, 4, 5] изучает объекты, очень близкие к упомянутым ранее. Речь идет о колчанах (ориентированных графах), триангуляциях двумерных ориентированных поверхностей с метрикой постоянной отрицательной кривизны, задающих кластерные системы координат на пространствах модулей кривых, электрических цепях специального вида. Одним из основных инструментов этой теории является мутация - операция преобразования колчана или флип триангуляции. Цель предлагаемого проекта - попробовать установить связь между двумя теориями.

Обнаружение такой связи могло бы позволить определить мутации для произвольных вложенных графов, не только триангуляций, и, более общо, для произвольных дельта-матроидов. В обратном направлении, эта связь могла бы привести к новым методам построения инвариантов вложенных графов и дельта-матроидов и, как следствия, новым инвариантам зацеплений.

Список литературы

- [1] Marina Dudina and Vyacheslav Zhukov. An extension of stanley's chromatic symmetric function to binary delta-matroids. *Discrete Mathematics Volume 344, Issue 11, 112549*, 2021.
- [2] Alexander Dunaykin and Vyacheslav Zhukov. Transition polynomial as a weight system for binary delta-matroids. *arXiv preprint arXiv:1907.03831*, 2019.
- [3] Sergey Fomin, Lauren Williams, and Andrei Zelevinsky. Introduction to cluster algebras. *arXiv preprint arXiv:1707.07190*, 2017.
- [4] Allan P Fordy and Robert J Marsh. Cluster mutation-periodic quivers and associated laurent sequences. *Journal of Algebraic Combinatorics*, 34(1):19–66, 2011.
- [5] Michael Gekhtman, Michael Shapiro, and Alek Vainshtein. Cluster algebras and poisson geometry. *Mosc. Math. J., Volume 3, Number 3, Pages 899–934 (Mi mmj115)*, 2003.
- [6] Sergey Lando and Vyacheslav Zhukov. Delta-matroids and vassiliev invariants. *Mosc. Math. J., Volume 17, Number 4, Pages 741–755 (Mi mmj656)*, 2017.
- [7] Vyacheslav Igorevich Zhukov. Lagrangian subspaces, delta-matroids, and four-term relations. *Functional Analysis and Its Applications*, 52(2):93–100, 2018.